
Tome 14

Novembre

1976

Numeros 3-4

う み

La mer

昭和 51 年 11 月

日 仏 海 洋 学 会

La Société franco-japonaise
d'océanographie
Tokyo, Japon

日 仏 海 洋 学 会

編 集 委 員 会

委員長 今村 豊 (東京水産大学)
委員 星野通平 (東海大学) 井上 実 (東京水産大学) 森田良美 (東京水産大学) 永田 正 (東京水産大学) 西村 実 (東海大学) 大柴五八郎 (昭和薬科大学) 杉浦吉雄 (気象研究所) 高木和徳 (東京水産大学) 高野健三 (理化学研究所) 冨永政英 (鹿児島大学) 宇野 寛 (東京水産大学) 渡辺精一 山路 勇 (東京水産大学)

投 稿 規 定

1. 報文の投稿者は本会会員に限る。
2. 原稿は簡潔にわかりやすく書き、図表を含めて印刷ページで12ページ以内を原則とする。原稿 (正1通, 副1通)は, (〒101)東京都千代田区神田駿河台2-3 日仏会館内 日仏海洋学会編集委員会宛に送ること。
3. 編集委員会は, 事情により原稿の字句の加除訂正を行うことがある。
4. 論文 (欧文, 和文とも) には必ず約200語の英文 (または仏文) の Abstract (Résumé) をつけること。欧文論文には英文 (又は仏文) の Abstract (Résumé) のほかに必ず約500字の和文の要旨をつけること。
5. 図及び表は必要なもののみに限る。図はそのまま版下になるように縮尺を考慮して鮮明に黒インクで書き, 論文の図及び表には必ず英文 (又は仏文) の説明をつけること。
6. 初校は原則として著者が行う。
7. 報文には1編につき50部の別刷を無料で著者に進呈する。これ以上の部数に対しては, 実費 (送料を含む) を著者が負担する。

Rédacteur en chef Yutaka IMAMURA (Tokyo University of Fisheries)
Comité de rédaction Michihei HOSHINO (Tokai University) Makoto INOUE (Tokyo University of Fisheries) Yoshimi MORITA (Tokyo University of Fisheries) Tadashi NAGATA (Tokyo University of Fisheries) Minoru NISHIMURA (Tokai University) Gohachiro OSHIBA (Showa College of Pharmaceutical Sciences) Yoshio SUGIURA (Meteorological Research Institute) Kazunori TAKAGI (Tokyo University of Fisheries) Kenzo TAKANO (Institute of Physical and Chemical Research) Masahide TOMINAGA (Kagoshima University) Yutaka UNO (Tokyo University of Fisheries) Seiichi WATANABE Isamu YAMAZI (Tokyo University of Fisheries)

RECOMMANDATIONS A L'USAGE DES AUTEURS

1. Les auteurs doivent être des Membres de la Société franco-japonaise d'océanographie.
2. Les notes ne peuvent dépasser douze pages. Les manuscrits à deux exemplaires, dactylographiés sur papier fort, doivent être envoyés au Comité de rédaction de la Société franco-japonaise d'océanographie, c/o Maison franco-japonaise, 2-3 Kanda, Surugadai, Chiyoda-ku, Tokyo, 101 Japan.
3. Le Comité de rédaction se réserve le droit d'apporter, le cas échéant, des modifications mineuses aux manuscrits ainsi que de demander aux auteurs de les corriger.
4. Des résumés en langue japonaise ou langue française sont obligatoires.
5. Les figures au trait seront tracées à l'encre de Chine noire sur papier blanc ou sur calque. Les légendes des figures et des tableaux sont indispensables.
6. Les premières épreuves seront corrigées, en principe, par les auteurs.
7. Un tirage à part des articles en cinquante exemplaires est offert gratuitement aux auteurs. Ceux qui en désirent un plus grand nombre peuvent les faire établir à leurs frais

An Attempt to Determine the Surface Contours of the Oceans on a Rotating Globe*

Koji HIDAKA**

Abstract: Very few attempts have been published to compute the form of the sea surface on a spherical earth, corresponding the distribution of wind stress over the oceans. The present paper deals with this problem, use being made of the spherical polar coordinates employed in astronomical computations. The effect of density of sea water on the wind-produced surface form is also taken into consideration. The result is applied to the oceans bounded on both coasts by two meridians extending from north pole to south pole. The longitudinal difference is assumed to be 60° and 180° (complete meridian) apart in the two cases, the former approximately corresponding to the Atlantic Ocean and the latter to the Pacific. The elevation or the surface contours of the sea surface counted above a particular level surface is worked out for the ocean bounded by meridians $\lambda=0^\circ$ and $\lambda_1=60^\circ$ in the narrower ocean and $\lambda=0^\circ$ and $\lambda_1=180^\circ$ in the wider ocean bounded by a complete meridian. The results agree approximately with the former experimental results.

1. Introduction

At the beginning of this century, V. W. EKMAN investigated on Nansen's suggestions (NANSEN, 1902) the problem of wind-produced ocean currents mathematically, and propounded his theories of ocean currents (EKMAN, 1905). However, his theory assumes that speed of the earth's rotation is everywhere constant. This assumption will be valid only when it is considered that the motion takes place in an area in which the variation of geographic latitude is not large, or when the area of the sea under consideration is not wide enough. The situation is something like the motion on a rotating disc or areas close to the poles. Theories by a number of physical oceanographers followed Ekman's.

As a compromise between Ekman's theories and similar and actual situation of the phenomena, has been used afterwards the β -plane approximation. This implies that the angular velocity of the rotation varies with the latitude. In this case, the quantity $\frac{d}{dy}(2\omega \sin \varphi)$ where φ is the latitude and y the coordinate axis taken

northward positive, was represented by β . However, in most cases, β is assumed to be a constant instead of actually being $\cos \varphi$. This assumption will not be unreasonable where β is approximately a constant as it actually is near the equator, but become smaller at higher latitudes, so that, it will not be reasonable to assume β to be a constant through all latitudes from the equator to the poles.

The stationary motion of water in an ocean on a rotating globe was first solved by G. R. GOLDSBROUGH (GOLDSBROUGH, 1935), when the water is of uniform density. He treated the water circulation generated by a wind system whose stream lines are represented by a surface spherical harmonic. He also treated the circulation generated by evaporation and precipitation (GOLDSBROUGH, 1933). However, he obtained no information on the elevation of sea surface which may be set up by winds and have a close connection with the ocean currents. In one of the previous papers, the author computed the deformation of ocean surface induced by prevailing winds, use being made of rectangular coordinates (HIDAKA, 1954). The result was much unrealistic, the sea surface falling almost 50 meters from the equator down to both poles.

* Received June 5, 1976

** Ocean Research Institute, University of Tokyo,
Minamidai, Nakano-ku, Tokyo, 164 Japan

No physical oceanographer tried to follow GOLDSBROUGH in theoretically determining the deformation or slopes of sea surface on a rotating globe, although this is a very important problem in dynamical oceanography.

In the present paper, the author intends to solve the relation in a steady state between the ocean currents or mass transports and the slopes or elevation of the sea surface produced by prevailing winds sweeping the surface of the sea, or in balance with mass distribution inside the water below the sea surface.

This is an attempt to determine the form of sea-surface on a rotating globe which balances the wind stress on the former and the mass distribution in the sea water on a rotating globe in a steady state. The non-linear field accelerations and thermodynamic processes are not taken into account.

2. Equations of motion on a rotating globe

Employ the spherical polar coordinates used in tidal theory, or the co-latitude θ , longitude λ and vertical coordinate z . The co-latitude is an angle increasing from $\theta=0$ at the north pole along the meridian southward to the south pole where $\theta=\pi$. The longitude λ is identical with the geographic longitude. The vertical coordinate z is counted vertically downward from a

particular level surface or an equipotential surface.

The ocean under consideration is assumed to be bounded by two meridians and to extend from the north pole to the south pole. The depth of the ocean or the level at which there is no motion of water is assumed to be a constant.

The distribution of wind stress will be given by the stress components $\tau_\theta(\theta, \lambda)$ and $\tau_\lambda(\theta, \lambda)$ where the former being directed southward positive, while the latter is understood positive when directed eastward.

The density of the sea water is given by $\rho(\theta, \lambda, z)$ and can be determined from observations. It varies as a function of θ, λ and z .

The velocity components of the motion of water are u, v and w , which are counted positive in the direction in which θ, λ and z increase. Thus u is positive southward because the co-latitude θ increases southward.

The form of the sea surface is given by

$$z = -\zeta \tag{1}$$

where ζ is counted positive upward from the level surface $z=0$ (equipotential surface).

If V represents a quantity which varies in a three-dimensional space, and $d\theta, d\lambda$ and dz the line-elements in which co-latitude, longitude and vertical line elements increase, the horizontal mixing of the quantity V will be represented by the expression:

$$A_l \nabla^2 V = \frac{A_l}{r^2 \sin \theta} \left\{ \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \lambda} \left(\frac{\partial V}{\sin \theta \partial \lambda} \right) \right\} \tag{2}$$

where A_l is the horizontal eddy viscosity, θ the co-latitude and λ the longitude, while the vertical mixing will be represented by

$$\frac{A_z}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \sin \theta \frac{\partial V}{\partial r} \right) \doteq A_z \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \tag{3}$$

where A_z is the coefficient of vertical mixing. Thus the mixing terms on a rotating globe are

$$\frac{A_l}{r^2 \sin \theta} \left\{ \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \lambda} \left(\frac{\partial V}{\sin \theta \partial \lambda} \right) \right\} + A_z \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \tag{4}$$

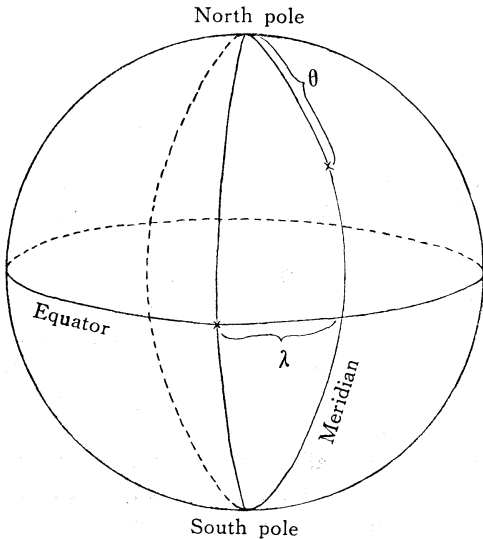


Fig. 1. Coordinate system to be used in the present paper.

where A_1 and A_2 are the horizontal and vertical coefficients of eddy viscosity respectively.

However, it is sometimes difficult and time-wasting to solve the dynamical equations for the expression (4) for turbulent mixing as they stand. And it is often very useful to adopt an assumption that the horizontal mixing is simply proportional to the horizontal velocity components. In such cases the mixing terms may be simply given by

$$-\frac{\gamma^2}{\sin^2 \theta} V + A_2 \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \quad (5)$$

where γ^2 is a positive constant.

The $\sin^2 \theta$ in the denominator is adopted because a similar tendency is noticed in the expression (5).

As to the friction constant γ^2 , several values have been tested, the average of the most probable values being $\gamma^2 = 10^{-6}$ c.g.s. (GULDBERG and MOHN, 1877; STOMMEL, 1948; YOSHIDA *et al.*, 1953; WYRTKI, 1956; HIDAHA, 1963). For this reason the value

$$\gamma^2 = 10^{-6} \text{ c.g.s.} \quad (6)$$

were adopted.

It is not impossible to employ the mixing terms of the form (4) in our work. However, the form (5) will be adopted in this report exclusively for the above reason.

3. Liberation from zonal harmonics

Suppose u , v and w are the components of velocity of water in the directions in which θ , λ and z are increasing, ω the angular velocity of the earth ($0.00007292 \text{ sec}^{-1}$), g the gravity, $\rho(\theta, \lambda, z) = \rho$ the density of sea water, and R the mean radius of the Earth ($R = 6.3712 \times 10^8 \text{ cm}$).

The terms of vertical mixing are given by

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial r} \left(A_2 r^2 \sin \theta \frac{\partial u}{\partial r} \right) &= \frac{\partial}{\partial z} \left(A_2 \frac{\partial u}{\partial z} \right); \\ \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial r} \left(A_2 r^2 \sin \theta \frac{\partial v}{\partial r} \right) &= \frac{\partial}{\partial z} \left(A_2 \frac{\partial v}{\partial z} \right) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

where A_2 is the coefficient of vertical mixing.

The equations of the pressure will be given by

$$dp = g \rho dz \quad (8)$$

where ρ is a function of θ , λ and z or $\rho(\theta, \lambda, z)$. By integrating this equation with respect to z and further differentiating it with respect to θ and λ , it will follow

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial p}{R \sin \theta \partial \lambda} &= -\frac{g \rho_0}{R \sin \theta} \frac{\partial \zeta}{\partial \lambda} \\ &\quad - \frac{g}{R} \int_0^z \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} \rho(\theta, \lambda, z) dz; \\ -\frac{\partial p}{R \partial \theta} &= -\frac{g \rho_0}{R} \frac{\partial \zeta}{\partial \theta} \\ &\quad - \frac{g}{R} \int_0^z \frac{\partial}{\partial \theta} \rho(\theta, \lambda, z) dz \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

where ρ_0 means surface density of sea water.

Substituting (9), in the equations of motion together with the terms of Coriolis forces, there comes out the equations of motion as follows (cf. Horace LAMB, *Hydrodynamics* 5th Ed., 1930 §§213, 366b; 6th Ed., 1963 §§213, 366c)

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\gamma^2}{\sin^2 \theta} u + \frac{\partial}{\partial z} \left(A_z \frac{\partial u}{\partial z} \right) + 2\omega \rho \cos \theta v \\ - \frac{g \rho_0}{R \sin \theta} \frac{\partial \zeta}{\partial \lambda} \\ - \frac{g}{R} \int_0^z \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} \rho(\theta, \lambda, z) dz = 0, \\ -\frac{\gamma^2}{\sin^2 \theta} v + \frac{\partial}{\partial z} \left(A_z \frac{\partial v}{\partial z} \right) - 2\omega \rho \cos \theta u \\ - \frac{g \rho_0}{R} \frac{\partial \zeta}{\partial \theta} \\ - \frac{g}{R} \int_0^z \frac{\partial}{\partial \theta} \rho(\theta, \lambda, z) dz = 0. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Integrate these two equations with respect to z from $z = -\zeta$ to $z = h$, where h is the depth of the sea, supposed tentatively a constant. Define the mass transport $M(\mu, \lambda)$ such that

$$M(\mu, \lambda) = M_x(\mu, \lambda) - i M_y(\mu, \lambda) \quad (11)$$

where

$$\begin{aligned} \cos \theta = \mu, \quad \sin \theta = (1 - \mu^2)^{1/2} \\ \text{and } -\sin \theta \cdot d\theta = d\mu \end{aligned} \quad (12)$$

and its components such that

$$\left. \begin{aligned} M_x(\mu, \lambda) &= \int_0^h \rho u dz \\ M_y(\mu, \lambda) &= \int_0^h \rho v dz \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Then the two equations of motion (10) can be combined into a single equation with $M(\mu, \lambda)$ as the dependent variable so that

$$\begin{aligned}
 & -\gamma^2 M + i \cdot 2\omega\rho(\mu - \mu^3)M(\mu, \lambda) \\
 & + (1 - \mu^2)\{\tau_\lambda(\mu, \lambda) - i \cdot \tau_\mu(\mu, \lambda)\} \\
 & - \left\{ (1 - \mu^2)^{1/2} \frac{\partial}{\partial \lambda} - i(1 - \mu^2)^{3/2} \frac{\partial}{\partial \mu} \right\} \\
 & \times \left\{ \frac{g\rho_0 h}{R} \bar{\zeta}(\mu, \lambda) + \frac{g}{R} \Pi(\mu, \lambda) \right\} = 0, \quad (14)
 \end{aligned}$$

where

$$\Pi(\mu, \lambda) = \int_0^h (h - z)\rho(\mu, \lambda, z) dz. \quad (15)$$

If we write

$$\zeta(\mu, \lambda) = \bar{\zeta}(\mu, \lambda) + \frac{1}{\rho_0 h} \Pi(\mu, \lambda), \quad (16)$$

where $\bar{\zeta}(\mu, \lambda)$ is the elevation of water surface in an ocean of uniform density, and $\zeta(\mu, \lambda)$ that of heterogeneous ocean, the equation (14) becomes

$$\begin{aligned}
 & -\gamma^2 M + i \cdot 2\omega\rho(\mu - \mu^3)M(\mu, \lambda) \\
 & + (1 - \mu^2)\{\tau_\lambda(\mu, \lambda) - i \tau_\mu(\mu, \lambda)\} \\
 & - \frac{g\rho_0 h}{R} \left\{ (1 - \mu^2)^{1/2} \frac{\partial \zeta}{\partial \lambda} \right. \\
 & \left. - i(1 - \mu^2)^{3/2} \frac{\partial \zeta}{\partial \mu} \right\} = 0. \quad (17)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & i \cdot 2\omega\rho(\mu - \mu^3) \cdot M(\mu, \lambda) \\
 & = i \cdot 2\omega\rho \sum_{m=0}^{\infty} M_m(\lambda) \cdot (\mu - \mu^3) P_m \\
 & = i \cdot 2\omega\rho \sum_{m=0}^{\infty} M_m(\lambda) \left[-\frac{(m-2)(m-1)m}{(2m-3)(2m-1)(2m+1)} P_{m-3} \right. \\
 & + \left\{ \frac{m}{2m+1} - \frac{m^3}{(2m-1)(2m+1)^2} - \frac{m(m+1)^2}{(2m+1)^2(2m+3)} - \frac{(m-1)^2 m}{(2m-3)(2m-1)(2m+1)} \right\} P_{m-1} \\
 & + \left\{ \frac{m+1}{2m+1} - \frac{m^2(m+1)}{(2m-1)(2m+1)^2} - \frac{(m+1)^3}{(2m+1)^2(2m+3)} - \frac{(m+1)(m+2)^2}{(2m+1)(2m+3)(2m+5)} \right\} P_{m+1} \\
 & \left. - \frac{(m+1)(m+2)(m+3)}{(2m+1)(2m+3)(2m+5)} P_{m+3} \right] \\
 & = i \cdot 2\omega\rho \sum_{m=0}^{\infty} \left[-\frac{(m+1)(m+2)(m+3)}{(2m+3)(2m+5)(2m+7)} M_{m+3}(\lambda) \right. \\
 & + \left\{ \frac{m+1}{2m+3} - \frac{(m+1)^3}{(2m+1)(2m+3)^2} - \frac{(m+1)(m+2)^2}{(2m+3)^2(2m+5)} - \frac{m^2(m+1)}{(2m-1)(2m+1)(2m+3)} \right\} M_{m+1}(\lambda) \\
 & + \left\{ \frac{m}{2m-1} - \frac{(m-1)^2 m}{(2m-3)(2m-1)^2} - \frac{m^3}{(2m-1)^2(2m+1)} - \frac{m(m+1)^2}{(2m-1)(2m+1)(2m+3)} \right\} M_{m-1}(\lambda) \\
 & \left. - \frac{(m-2)(m-1)m}{(2m-5)(2m-3)(2m-1)} M_{m-3}(\lambda) \right] \cdot P_m(\mu). \quad (22)
 \end{aligned}$$

In a uniform ocean, $\rho = \text{const.}$, giving

$$\Pi(\mu, \lambda) = \frac{1}{2} \rho h^2 = \text{a constant}, \quad (18)$$

so that it is only necessary to replace $\bar{\zeta}$ by ζ and to solve the equation (17).

Now consider how to transform the successive terms in (14) or in (17) and to expand these terms in series of zonal harmonics $P_m(\mu)$ ($\mu = 0, 1, 2, 3, \dots$).

In order to integrate the linear partial differential equation (14) or (17), let

$$M(\mu, \lambda) = \sum_{m=0}^{\infty} M_m(\lambda) \cdot P_m(\mu), \quad (19)$$

$$\tau_\lambda(\mu, \lambda) - i \tau_\mu(\mu, \lambda) = \sum_{m=0}^{\infty} (X_m + i Y_m) P_m(\mu), \quad (20)$$

where

$$X_m + i Y_m = \frac{2m+1}{2} \int_{-1}^1 \{\tau_\lambda(\nu, \lambda) - i \tau_\mu(\nu, \lambda)\} P_m(\nu) d\nu$$

and

$$\zeta(\mu, \lambda) = \sum_{m=0}^{\infty} Z_m(\lambda) \cdot P_m(\mu). \quad (21)$$

This means that the surface form can be known by determining the coefficients $Z_0, Z_1, Z_2, Z_3, \dots$ in the expression (21). Then it follows from (19)

This is the expansion of Coriolis coefficient in a series of zonal harmonics $P_m(z)$, if multiplied by $i \cdot 2\omega\rho$. An approximate value for $2\omega\rho$ is

$$2\omega\rho = 1.03 \times 14.584 \times 10^{-5} = 15.0 \times 10^{-5}$$

very closely. This value will be exclusively used in the coming discussions throughout.

Further

$$\begin{aligned} & (1-\mu^2)\{\tau_\lambda(\lambda, \mu) - i\tau_\mu(\lambda, \mu)\} \\ &= \sum_{m=0}^{\infty} (X_m + iY_m) \cdot (1-\mu^2)P_m(\mu) \\ &= \sum_{m=0}^{\infty} (X_m + iY_m) \cdot \left[-\frac{(m-1)m}{(2m-1)(2m+1)} P_{m-2}(\mu) \right. \\ & \quad \left. + \left\{ 1 - \frac{m^2}{(2m-1)(2m+1)} - \frac{(m+1)^2}{(2m+1)(2m+3)} \right\} P_m(\mu) - \frac{(m+1)(m+2)}{(2m+1)(2m+3)} P_{m+2}(\mu) \right] \\ &= \{ \begin{array}{l} 0 \qquad \qquad \qquad +0.666667(X_0 + iY_0) - 0.133333(X_2 + iY_2) \} P_0(\mu) \\ + \{-0.666667(X_0 + iY_0) + 0.476190(X_2 + iY_2) - 0.190476(X_4 + iY_4)\} P_2(\mu) \\ + \{-0.342857(X_2 + iY_2) + 0.493506(X_4 + iY_4) - 0.209790(X_6 + iY_6)\} P_4(\mu) \\ + \{-0.303030(X_4 + iY_4) + 0.496970(X_6 + iY_6) - 0.219608(X_8 + iY_8)\} P_6(\mu) \\ + \dots \end{array} \\ &+ \{ \begin{array}{l} 0 \qquad \qquad \qquad +0.400000(X_1 + iY_1) - 0.171429(X_3 + iY_3) \} P_1(\mu) \\ + \{-0.400000(X_1 + iY_1) + 0.488889(X_3 + iY_3) - 0.202020(X_5 + iY_5)\} P_3(\mu) \\ + \{-0.317460(X_3 + iY_3) + 0.495726(X_5 + iY_5) - 0.215385(X_7 + iY_7)\} P_5(\mu) \\ + \dots \end{array} \end{aligned} \tag{23}$$

where X_m 's and Y_m 's are constants.

For simplicity $X_0(\lambda)$, $X_1(\lambda)$, $X_2(\lambda)$, ... and $Y_0(\lambda)$, $Y_1(\lambda)$, $Y_2(\lambda)$, ... are written as X_0 , X_1 , X_2 , ... and Y_0 , Y_1 , Y_2 , ... in the formula (23), and paragraphs 5 and 7.

Lastly $\zeta(\mu, \lambda)$ is not a known quantity at this stage. However, it may be more convenient to treat this quantity as known for the time being, as determined from the integrated equation of continuity (37). Substituting (22) in the last term of the right-hand member of (17), it follows

$$\begin{aligned} & -\frac{g\rho_0 h}{R} \left\{ (1-\mu^2)^{1/2} \frac{\partial \zeta}{\partial \lambda} - i(1-\mu^2)^{3/2} \frac{\partial \zeta}{\partial \mu} \right\} \\ &= -\frac{g\rho_0 h}{R} \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \frac{dZ_m}{d\lambda} (1-\mu^2)^{1/2} P_m(\mu) \right. \\ & \quad \left. - i(1-\mu^2)^{3/2} Z_m(\lambda) \frac{dP_m}{d\mu} \right\} \\ &= -\frac{g\rho_0 h}{R} (1-\mu^2)^{1/2} \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \frac{dZ_m}{d\lambda} P_m(\mu) \right. \\ & \quad \left. - iZ_m(\lambda) \cdot (1-\mu^2) \frac{dP_m}{d\mu} \right\}. \tag{24} \end{aligned}$$

Now the original equation for P_m satisfied by zonal harmonic of m th order is

$$\frac{d}{d\mu} (1-\mu^2) \frac{dP_m}{d\mu} = -m(m+1)P_m.$$

Integrating both sides of this equation, it follows

$$(1-\mu^2) \frac{dP_m}{d\mu} \Big|^\mu = -m(m+1) \int_{-1}^\mu P_m(\mu) d\mu + C,$$

where the lower limit of integration is arbitrary and C is a constant. Let $\mu = -1$; then it follows

$$(1-\mu^2) \frac{dP_m}{d\mu} = -m(m+1) \int_{-1}^\mu P_m(\mu) d\mu,$$

so that

$$(1-\mu^2) \frac{dP_m}{d\mu} = -\frac{m(m+1)}{2m+1} (P_{m+1} - P_{m-1}). \tag{25}$$

Substituting (25) in the right-hand side of (24), it follows

$$\begin{aligned}
 & -\frac{g\rho_0 h}{R} \left\{ (1-\mu^2)^{1/2} \frac{\partial \zeta}{\partial \lambda} - i(1-\mu^2)^{3/2} \frac{\partial \zeta}{\partial \mu} \right\} \\
 & = -\frac{g\rho_0 h}{R} (1-\mu^2)^{1/2} \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ -iZ_m(\lambda) \frac{m(m+1)}{2m+1} P_{m-1}(\mu) \right. \\
 & \quad \left. + \frac{dZ_m}{d\lambda} P_m(\mu) + iZ_m(\lambda) \frac{m(m+1)}{2m+1} P_{m+1}(\mu) \right\}. \tag{26}
 \end{aligned}$$

Expanding $(1-\mu^2)^{1/2}$ in a series of $P_m(\mu)$, it becomes

$$(1-\mu^2)^{1/2} = \frac{\pi}{2} \left\{ \frac{1}{2} P_0(\mu) - 5 \left(\frac{1}{4} \right) \left(\frac{1}{2} \right)^2 P_2(\mu) - 9 \left(\frac{3}{6} \right) \left(\frac{1}{2 \cdot 4} \right)^2 P_4(\mu) - 13 \left(\frac{5}{8} \right) \left(\frac{3}{2 \cdot 4 \cdot 6} \right)^2 P_6(\mu) - \dots \right\}^* \tag{27}$$

This expression was checked by assuming the relation:

$$(1-\mu^2)^{1/2} = A_0 P_0(\mu) + A_2 P_2(\mu) + A_4 P_4(\mu) + A_6 P_6(\mu) + \dots$$

Substituting the right-hand side of this expression for $(1-\mu^2)^{1/2}$ in (26) it follows

$$\begin{aligned}
 & -\frac{g\rho_0 h}{R} \left\{ (1-\mu^2)^{1/2} \frac{\partial \zeta}{\partial \lambda} - i(1-\mu^2)^{3/2} \frac{\partial \zeta}{\partial \mu} \right\} \\
 & = -\frac{\pi}{2} \frac{g\rho_0 h}{R} \sum_{m=0}^{\infty} \left[\left\{ \frac{1}{2} P_0(\mu) - 5 \left(\frac{1}{4} \right) \left(\frac{1}{2} \right)^2 P_2(\mu) - 9 \left(\frac{3}{6} \right) \left(\frac{1}{2 \cdot 4} \right)^2 P_4(\mu) \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. - 13 \left(\frac{5}{8} \right) \left(\frac{3}{2 \cdot 4 \cdot 6} \right)^2 P_6(\mu) - \dots \right\} P_m(\mu) \frac{dZ_m}{d\lambda} \right. \\
 & \quad - i \left\{ \frac{m(m+1)}{2m+1} \cdot \frac{1}{2} P_0(\mu) P_{m-1}(\mu) - \frac{m(m+1)}{2m+1} \cdot 5 \left(\frac{1}{4} \right) \left(\frac{1}{2} \right)^2 P_2(\mu) P_{m-1}(\mu) \right. \\
 & \quad \left. - \frac{m(m+1)}{2m+1} \cdot 9 \left(\frac{3}{6} \right) \left(\frac{1}{2 \cdot 4} \right)^2 P_4(\mu) P_{m-1}(\mu) \right. \\
 & \quad \left. - \frac{m(m+1)}{2m+1} \cdot 13 \left(\frac{5}{8} \right) \left(\frac{3}{2 \cdot 4 \cdot 6} \right)^2 P_6(\mu) P_{m-1}(\mu) - \dots \right\} Z_m(\lambda) \\
 & \quad + i \left\{ \frac{m(m+1)}{2m+1} \cdot \frac{1}{2} P_0(\mu) P_{m+1}(\mu) - \frac{m(m+1)}{2m+1} \cdot 5 \left(\frac{1}{4} \right) \left(\frac{1}{2} \right)^2 P_2(\mu) P_{m+1}(\mu) \right. \\
 & \quad \left. - \frac{m(m+1)}{2m+1} \cdot 9 \left(\frac{3}{6} \right) \left(\frac{1}{2 \cdot 4} \right)^2 P_4(\mu) P_{m+1}(\mu) \right. \\
 & \quad \left. - \frac{m(m+1)}{2m+1} \cdot 13 \left(\frac{5}{8} \right) \left(\frac{3}{2 \cdot 4 \cdot 6} \right)^2 P_6(\mu) P_{m+1}(\mu) - \dots \right\} Z_m(\lambda) \Big]. \tag{28}
 \end{aligned}$$

The squares of a zonal harmonics and products between two zonal harmonics of different orders such as $P_0(\mu)P_{m+1}(\mu)$, $P_0(\mu)P_{m-1}(\mu)$, $P_2(\mu)P_{m+1}(\mu)$, $P_2(\mu)P_{m-1}(\mu)$, $P_4(\mu)P_{m+1}(\mu)$, $P_4(\mu)P_{m-1}(\mu)$, $P_6(\mu)P_{m+1}(\mu)$ and $P_6(\mu)P_{m-1}(\mu)$ can be reduced to linear combinations of zonal harmonics through the relations (29), (30), (31), (32), (33) and (34).

Substituting (19), (22), (23) and the modification of (28) in which all the products and

squares of zonal harmonics in (16) no longer exist, it will be possible to eliminate $P_0(\mu)$, $P_1(\mu)$, $P_2(\mu)$, ... out of the equation (16). The consequence will be a system of simultaneous equations between $M_0(\lambda)$, $M_1(\lambda)$, $M_2(\lambda)$, $M_3(\lambda)$ etc. and others. Solving these equations, the quantities $M_0(\lambda)$, $M_1(\lambda)$, $M_2(\lambda)$, $M_3(\lambda)$, ... are given as compiled in Table 1.

* $(1-\mu^2)^{1/2} = \frac{\pi}{2} \left[\frac{1}{2} - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(4m+1)(2m+1)}{2m+2} \left\{ \frac{(2m-1)!!}{(2m)!!} \right\}^2 P_{2m}(\mu) \right]$

$$\left. \begin{aligned}
 P_1P_1 &= \frac{2}{3}P_2 + \frac{1}{3}P_0 \\
 P_1P_2 &= \frac{3}{5}P_3 + \frac{2}{5}P_1 \\
 P_1P_3 &= \frac{4}{7}P_4 + \frac{3}{7}P_2 \\
 P_1P_4 &= \frac{5}{9}P_5 + \frac{4}{9}P_3 \\
 P_1P_5 &= \frac{6}{11}P_6 + \frac{5}{11}P_4 \\
 P_1P_6 &= \frac{7}{13}P_7 + \frac{6}{13}P_5 \\
 P_1P_7 &= \frac{8}{15}P_8 + \frac{7}{15}P_6 \\
 P_1P_8 &= \frac{9}{17}P_9 + \frac{8}{17}P_7 \\
 P_1P_9 &= \frac{10}{19}P_{10} + \frac{9}{19}P_8 \\
 P_1P_{10} &= \frac{11}{21}P_{11} + \frac{10}{21}P_9 \\
 P_1P_{11} &= \frac{12}{23}P_{12} + \frac{11}{23}P_{10}
 \end{aligned} \right\} (29)$$

$$\left. \begin{aligned}
 P_2P_2 &= \frac{18}{35}P_4 + \frac{2}{7}P_2 + \frac{1}{5}P_0 \\
 P_2P_3 &= \frac{10}{21}P_5 + \frac{4}{15}P_3 + \frac{9}{35}P_1 \\
 P_2P_4 &= \frac{5}{11}P_6 + \frac{20}{77}P_4 + \frac{2}{7}P_2 \\
 P_2P_5 &= \frac{63}{143}P_7 + \frac{10}{39}P_5 + \frac{10}{33}P_3 \\
 P_2P_6 &= \frac{28}{65}P_8 + \frac{14}{55}P_6 + \frac{45}{143}P_4 \\
 P_2P_7 &= \frac{36}{85}P_9 + \frac{56}{221}P_7 + \frac{21}{65}P_5 \\
 P_2P_8 &= \frac{135}{323}P_{10} + \frac{24}{95}P_8 + \frac{28}{85}P_6 \\
 P_2P_9 &= \frac{55}{133}P_{11} + \frac{30}{119}P_9 + \frac{108}{323}P_7 \\
 P_2P_{10} &= \frac{66}{161}P_{12} + \frac{110}{437}P_{10} + \frac{45}{133}P_8
 \end{aligned} \right\} (30)$$

$$\left. \begin{aligned}
 P_3P_3 &= \frac{100}{231}P_6 + \frac{18}{77}P_4 + \frac{4}{21}P_2 + \frac{1}{7}P_0 \\
 P_3P_4 &= \frac{175}{429}P_7 + \frac{20}{91}P_5 + \frac{2}{11}P_3 + \frac{4}{21}P_1 \\
 P_3P_5 &= \frac{56}{143}P_8 + \frac{7}{33}P_6 + \frac{180}{1001}P_4 + \frac{50}{231}P_2 \\
 P_3P_6 &= \frac{84}{221}P_9 + \frac{504}{2431}P_7 + \frac{7}{39}P_5 + \frac{100}{429}P_3 \\
 P_3P_7 &= \frac{120}{323}P_{10} + \frac{252}{1235}P_8 + \frac{168}{935}P_6 + \frac{35}{143}P_4 \\
 P_3P_8 &= \frac{825}{2261}P_{11} + \frac{24}{119}P_9 + \frac{756}{4199}P_7 + \frac{56}{221}P_5 \\
 P_3P_9 &= \frac{1100}{3059}P_{12} + \frac{1485}{7429}P_{10} + \frac{24}{133}P_8 + \frac{84}{323}P_6
 \end{aligned} \right\} (31)$$

$$\left. \begin{aligned}
 P_4P_4 &= \frac{490}{1287}P_8 + \frac{20}{99}P_6 + \frac{162}{1001}P_4 + \frac{100}{693}P_2 + \frac{1}{9}P_0 \\
 P_4P_5 &= \frac{882}{2431}P_9 + \frac{1400}{7293}P_7 + \frac{2}{13}P_5 + \frac{20}{143}P_3 + \frac{5}{33}P_1 \\
 P_4P_6 &= \frac{1470}{4199}P_{10} + \frac{504}{2717}P_8 + \frac{28}{187}P_6 + \frac{20}{143}P_4 + \frac{25}{143}P_2 \\
 P_4P_7 &= \frac{110}{323}P_{11} + \frac{40}{221}P_9 + \frac{6804}{46189}P_7 + \frac{280}{1989}P_5 + \frac{245}{1287}P_3 \\
 P_4P_8 &= \frac{2475}{7429}P_{12} + \frac{1320}{7429}P_{10} + \frac{36}{247}P_8 + \frac{504}{3553}P_6 + \frac{490}{2431}P_4
 \end{aligned} \right\} (32)$$

$$\left. \begin{aligned} P_5 P_5 &= \frac{15876}{46189} P_{10} + \frac{490}{2717} P_8 + \frac{80}{561} P_6 + \frac{18}{143} P_4 + \frac{50}{429} P_2 + \frac{1}{11} P_0 \\ P_5 P_6 &= \frac{1386}{4199} P_{11} + \frac{420}{2431} P_9 + \frac{6300}{46189} P_7 + \frac{80}{663} P_5 + \frac{49}{429} P_3 + \frac{18}{143} P_1 \\ P_5 P_7 &= \frac{2376}{7429} P_{12} + \frac{16170}{96577} P_{10} + \frac{360}{2717} P_8 + \frac{420}{3553} P_6 + \frac{280}{2431} P_4 + \frac{21}{143} P_2 \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

$$P_6 P_6 = \frac{30492}{96577} P_{12} + \frac{15876}{96577} P_{10} + \frac{350}{2717} P_8 + \frac{400}{3553} P_6 + \frac{252}{2431} P_4 + \frac{14}{143} P_2 + \frac{1}{13} P_0 \quad (34)$$

Table I Expressions of $M_m(\lambda)$ in terms of $Z_m(\lambda)$, X_m & Y_m (Even Group).

$$\begin{aligned} M_0 &= -\frac{\pi g \rho_0 h}{2R} \left\{ 86815Z_2 - 84666Z_4 + 97292Z_6 - 105410Z_8 + 84093Z_{10} - 47691iZ_1 + 56650iZ_3 - 69639iZ_5 \right. \\ &\quad + 55969iZ_7 - 60685iZ_9 + 25775iZ_{11} + 65928 \frac{dZ_0}{d\lambda} - 15649 \frac{dZ_2}{d\lambda} + 17396 \frac{dZ_4}{d\lambda} - 6948 \frac{dZ_6}{d\lambda} + 8556 \frac{dZ_8}{d\lambda} \\ &\quad \left. - 1719 \frac{dZ_{10}}{d\lambda} + 49859i \frac{dZ_1}{d\lambda} - 22486i \frac{dZ_3}{d\lambda} + 15614i \frac{dZ_5}{d\lambda} - 14168i \frac{dZ_7}{d\lambda} + 10267i \frac{dZ_9}{d\lambda} - 9779i \frac{dZ_{11}}{d\lambda} \right\} \\ &\quad + 90633(X_0 + iY_0) - 32579(X_2 + iY_2) + 22659(X_4 + iY_4) - 15152(X_6 + iY_6) + 10324(X_8 + iY_8) \\ &\quad - 7702(X_{10} + iY_{10}) + 57041(iX_1 - Y_1) - 38965(iX_3 - Y_3) + 25099(iX_5 - Y_5) - 21802(iX_7 - Y_7) \\ &\quad + 16883(iX_9 - Y_9) - 12618(iX_{11} - Y_{11}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_2 &= -\frac{\pi g \rho_0 h}{2R} \left\{ -46628Z_2 + 260843Z_4 - 237376Z_6 + 272643Z_8 - 212059Z_{10} + 340864iZ_1 - 183822iZ_3 \right. \\ &\quad + 141285iZ_5 - 175323iZ_7 + 121828iZ_9 - 133305iZ_{11} - 79364 \frac{dZ_0}{d\lambda} + 88561 \frac{dZ_2}{d\lambda} - 18668 \frac{dZ_4}{d\lambda} \\ &\quad + 36012 \frac{dZ_6}{d\lambda} - 8192 \frac{dZ_8}{d\lambda} + 24744 \frac{dZ_{10}}{d\lambda} + 31794i \frac{dZ_1}{d\lambda} + 70651i \frac{dZ_3}{d\lambda} - 46728i \frac{dZ_5}{d\lambda} + 28192i \frac{dZ_7}{d\lambda} \\ &\quad \left. - 33701i \frac{dZ_9}{d\lambda} + 8443i \frac{dZ_{11}}{d\lambda} \right\} - 164581(X_0 + iY_0) + 102749(X_2 + iY_2) - 52371(X_4 + iY_4) \\ &\quad + 38841(X_6 + iY_6) - 28573(X_8 + iY_8) + 17599(X_{10} + iY_{10}) - 2819(iX_1 - Y_1) + 80862(iX_3 - Y_3) \\ &\quad - 74946(iX_5 - Y_5) + 48112(iX_7 - Y_7) - 46262(iX_9 - Y_9) + 23020(iX_{11} - Y_{11}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_4 &= -\frac{\pi g \rho_0 h}{2R} \left\{ -45050Z_2 - 97188Z_4 + 392893Z_6 - 354907Z_8 + 328405Z_{10} - 2696iZ_1 + 192800iZ_3 \right. \\ &\quad - 262292iZ_5 + 170142iZ_7 - 234946iZ_9 + 30661iZ_{11} + 154940 \frac{dZ_0}{d\lambda} - 31814 \frac{dZ_2}{d\lambda} + 80654 \frac{dZ_4}{d\lambda} - 7960 \frac{dZ_6}{d\lambda} \\ &\quad + 42088 \frac{dZ_8}{d\lambda} + 13798 \frac{dZ_{10}}{d\lambda} - 12084i \frac{dZ_1}{d\lambda} + 25457i \frac{dZ_3}{d\lambda} + 69191i \frac{dZ_5}{d\lambda} - 51592i \frac{dZ_7}{d\lambda} + 34323i \frac{dZ_9}{d\lambda} \\ &\quad \left. - 41880i \frac{dZ_{11}}{d\lambda} \right\} + 201085(X_0 + iY_0) - 91482(X_2 + iY_2) + 88041(X_4 + iY_4) - 49216(X_6 + iY_6) \\ &\quad + 35931(X_8 + iY_8) - 27065(X_{10} + iY_{10}) - 30364(iX_1 - Y_1) + 3151(iX_3 - Y_3) + 81072(iX_5 - Y_5) \\ &\quad - 82718(iX_7 - Y_7) + 56570(iX_9 - Y_9) - 51281(iX_{11} - Y_{11}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_6 &= -\frac{\pi g \rho_0 h}{2R} \left\{ 15794Z_2 - 108529Z_4 - 127549Z_6 + 518761Z_8 - 276535Z_{10} + 400762iZ_1 - 194322iZ_3 \right. \\ &\quad + 271398iZ_5 - 330941iZ_7 + 205750iZ_9 - 297037iZ_{11} - 110709 \frac{dZ_0}{d\lambda} + 88211 \frac{dZ_2}{d\lambda} - 25144 \frac{dZ_4}{d\lambda} \\ &\quad + 81009 \frac{dZ_6}{d\lambda} - 1832 \frac{dZ_8}{d\lambda} + 67868 \frac{dZ_{10}}{d\lambda} - 9198i \frac{dZ_1}{d\lambda} - 22359i \frac{dZ_3}{d\lambda} + 26479i \frac{dZ_5}{d\lambda} + 67497i \frac{dZ_7}{d\lambda} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -51273i \frac{dZ_9}{d\lambda} + 20956i \frac{dZ_{11}}{d\lambda} \Big\} - 205603(X_0 + iY_0) + 104342(X_2 + iY_2) - 75871(X_4 + iY_4) \\
& + 80027(X_6 + iY_6) - 47251(X_8 + iY_8) + 34463(X_{10} + iY_{10}) - 2022(iX_1 - Y_1) - 36289(iX_3 - Y_3) \\
& + 10514(iX_5 - Y_5) + 79048(iX_7 - Y_7) - 83913(iX_9 - Y_9) + 35417(iX_{11} - Y_{11})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_8 = & -\frac{\pi g \rho_0 h}{2R} \Big\{ -23331Z_2 + 34428Z_4 - 159237Z_6 - 189569Z_8 + 688964Z_{10} - 30588iZ_1 + 170409iZ_3 \\
& - 195963iZ_5 + 272853iZ_7 - 343000iZ_9 - 6585iZ_{11} + 116655 \frac{dZ_0}{d\lambda} - 41264 \frac{dZ_2}{d\lambda} + 58142 \frac{dZ_4}{d\lambda} - 2482 \frac{dZ_6}{d\lambda} \\
& + 75168 \frac{dZ_8}{d\lambda} + 48000 \frac{dZ_{10}}{d\lambda} - 24974i \frac{dZ_1}{d\lambda} - 5532i \frac{dZ_3}{d\lambda} - 21025i \frac{dZ_5}{d\lambda} + 28922i \frac{dZ_7}{d\lambda} + 75843i \frac{dZ_9}{d\lambda} \\
& - 35442i \frac{dZ_{11}}{d\lambda} \Big\} + 161792(X_0 + iY_0) - 87207(X_2 + iY_2) + 64598(X_4 + iY_4) - 52702(X_6 + iY_6) \\
& + 63179(X_8 + iY_8) - 32519(X_{10} + iY_{10}) - 22467(iX_1 - Y_1) + 4498(iX_3 - Y_3) - 34119(iX_5 - Y_5) \\
& + 11702(iX_7 - Y_7) + 84928(iX_9 - Y_9) - 79141(iX_{11} - Y_{11})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{10} = & -\frac{\pi g \rho_0 h}{2R} \Big\{ +22506Z_2 - 61622Z_4 + 84321Z_6 - 227719Z_8 - 117076Z_{10} + 281643iZ_1 - 171722iZ_3 \\
& + 246151iZ_5 - 257587iZ_7 + 365267iZ_9 - 431858iZ_{11} - 112526 \frac{dZ_0}{d\lambda} + 63131 \frac{dZ_2}{d\lambda} - 37040 \frac{dZ_4}{d\lambda} \\
& + 60264 \frac{dZ_6}{d\lambda} - 2755 \frac{dZ_8}{d\lambda} + 115295 \frac{dZ_{10}}{d\lambda} - 7877i \frac{dZ_1}{d\lambda} - 26633i \frac{dZ_3}{d\lambda} + 1096i \frac{dZ_5}{d\lambda} - 22780i \frac{dZ_7}{d\lambda} \\
& + 36308i \frac{dZ_9}{d\lambda} + 95004i \frac{dZ_{11}}{d\lambda} \Big\} - 186680(X_0 + iY_0) + 86518(X_2 + iY_2) - 74252(X_4 + iY_4) \\
& + 61397(X_6 + iY_6) - 53313(X_8 + iY_8) + 66392(X_{10} + iY_{10}) + 4812(iX_1 - Y_1) - 26305(iX_3 - Y_3) \\
& + 13321(iX_5 - Y_5) - 38556(iX_7 - Y_7) + 19335(iX_9 - Y_9) + 61731(iX_{11} - Y_{11})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{12} = & -\frac{\pi g \rho_0 h}{2R} \Big\{ -11019Z_2 + 27279Z_4 - 56862Z_6 + 43010Z_8 - 258919Z_{10} - 42870iZ_1 + 88872iZ_3 \\
& - 101048iZ_5 + 149897iZ_7 - 149593iZ_9 + 129518iZ_{11} + 55110 \frac{dZ_0}{d\lambda} - 27198 \frac{dZ_2}{d\lambda} + 24644 \frac{dZ_4}{d\lambda} - 5388 \frac{dZ_6}{d\lambda} \\
& + 39188 \frac{dZ_8}{d\lambda} + 47675 \frac{dZ_{10}}{d\lambda} - 13120i \frac{dZ_1}{d\lambda} - 3938i \frac{dZ_3}{d\lambda} - 16213i \frac{dZ_5}{d\lambda} + 2351i \frac{dZ_7}{d\lambda} - 5262i \frac{dZ_9}{d\lambda} \\
& + 64130i \frac{dZ_{11}}{d\lambda} \Big\} + 82282(X_0 + iY_0) - 47716(X_2 + iY_2) + 30812(X_4 + iY_4) - 31086(X_6 + iY_6) \\
& + 28482(X_8 + iY_8) - 21910(X_{10} + iY_{10}) - 9238(iX_1 - Y_1) + 4475(iX_3 - Y_3) - 16341(iX_5 - Y_5) \\
& + 6337(iX_7 - Y_7) - 22986(iX_9 - Y_9) + 57312(iX_{11} - Y_{11})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{14} = & -\frac{\pi g \rho_0 h}{2R} \Big\{ +16716Z_2 - 40720Z_4 + 69895Z_6 - 132514Z_8 + 26183Z_{10} + 152944iZ_1 - 123999iZ_3 \\
& + 169564iZ_5 - 187099iZ_7 + 267739iZ_9 - 201980iZ_{11} - 83574 \frac{dZ_0}{d\lambda} + 40403 \frac{dZ_2}{d\lambda} - 31929 \frac{dZ_4}{d\lambda} \\
& + 32435 \frac{dZ_6}{d\lambda} - 14689 \frac{dZ_8}{d\lambda} + 60506 \frac{dZ_{10}}{d\lambda} + 35i \frac{dZ_1}{d\lambda} - 13896i \frac{dZ_3}{d\lambda} + 4430i \frac{dZ_5}{d\lambda} - 17415i \frac{dZ_7}{d\lambda} \\
& + 13410i \frac{dZ_9}{d\lambda} + 9038i \frac{dZ_{11}}{d\lambda} \Big\} - 131216(X_0 + iY_0) + 62145(X_2 + iY_2) - 52751(X_4 + iY_4) \\
& + 41981(X_6 + iY_6) - 41426(X_8 + iY_8) + 40843(X_{10} + iY_{10}) + 7202(iX_1 - Y_1) - 14669(iX_3 - Y_3) \\
& + 13648(iX_5 - Y_5) - 23127(iX_7 - Y_7) + 17380(iX_9 - Y_9) + 2627(iX_{11} - Y_{11})
\end{aligned}$$

Table 1 (continued) Expressions of $M_m(\lambda)$ in terms of $Z_m(\lambda)$, X_m & Y_m (Odd Group).

$$\begin{aligned}
M_1 = & -\frac{\pi g \rho_0 h}{2R} \left\{ -18443Z_1 + 46999Z_3 - 13338Z_5 + 26950Z_7 - 937Z_9 - 101729Z_{11} - 28965iZ_2 - 584iZ_4 \right. \\
& - 29250iZ_6 - 1048iZ_8 - 40824iZ_{10} + 34232\frac{dZ_1}{d\lambda} + 10093\frac{dZ_3}{d\lambda} + 9831\frac{dZ_5}{d\lambda} + 1956\frac{dZ_7}{d\lambda} + 5184\frac{dZ_9}{d\lambda} \\
& + 4475\frac{dZ_{11}}{d\lambda} + 144827i\frac{dZ_0}{d\lambda} + 21442i\frac{dZ_2}{d\lambda} - 5975i\frac{dZ_4}{d\lambda} + 36i\frac{dZ_6}{d\lambda} - 6041i\frac{dZ_8}{d\lambda} - 5145i\frac{dZ_{10}}{d\lambda} \left. \right\} \\
& + 24878(X_1 + iY_1) - 2451(X_3 + iY_3) + 5091(X_5 + iY_5) - 3700(X_7 + iY_7) + 1246(X_9 + iY_9) \\
& - 10054(X_{11} + iY_{11}) + 163975(iX_0 - Y_0) + 1872(iX_2 - Y_2) - 12979(iX_4 - Y_4) + 1850(iX_6 - Y_6) \\
& - 6396(iX_8 - Y_8) - 8350(iX_{10} - Y_{10}) \\
M_3 = & -\frac{\pi g \rho_0 h}{2R} \left\{ -382962Z_1 + 113288Z_3 + 118300Z_5 - 65963Z_7 + 139348Z_9 - 306309Z_{11} + 28564iZ_2 \right. \\
& - 87104iZ_4 + 22570iZ_6 - 89169iZ_8 - 37324iZ_{10} + 23482\frac{dZ_1}{d\lambda} + 47286\frac{dZ_3}{d\lambda} + 8089\frac{dZ_5}{d\lambda} + 18565\frac{dZ_7}{d\lambda} \\
& + 4856\frac{dZ_9}{d\lambda} + 17494\frac{dZ_{11}}{d\lambda} - 142819i\frac{dZ_0}{d\lambda} + 91589i\frac{dZ_2}{d\lambda} + 25503i\frac{dZ_4}{d\lambda} - 16299i\frac{dZ_6}{d\lambda} + 4432i\frac{dZ_8}{d\lambda} \\
& - 19479i\frac{dZ_{10}}{d\lambda} \left. \right\} - 5830(X_1 + iY_1) + 35702(X_3 + iY_3) - 12263(X_5 + iY_5) + 10761(X_7 + iY_7) \\
& - 9699(X_9 + iY_9) + 6493(X_{11} + iY_{11}) - 249193(iX_0 - Y_0) + 101448(iX_2 - Y_2) + 11876(iX_4 - Y_4) \\
& - 27189(iX_6 - Y_6) + 9882(iX_8 - Y_8) - 37718(iX_{10} - Y_{10}) \\
M_5 = & -\frac{\pi g \rho_0 h}{2R} \left\{ +191756Z_1 - 267590Z_3 + 106852Z_5 + 240548Z_7 - 43325Z_9 - 370905Z_{11} - 27471iZ_2 \right. \\
& + 81614iZ_4 - 151177iZ_6 + 46574iZ_8 - 183755iZ_{10} + 36137\frac{dZ_1}{d\lambda} + 13246\frac{dZ_3}{d\lambda} + 49972\frac{dZ_5}{d\lambda} + 7738\frac{dZ_7}{d\lambda} \\
& + 28214\frac{dZ_9}{d\lambda} + 22470\frac{dZ_{11}}{d\lambda} + 137352i\frac{dZ_0}{d\lambda} - 85311i\frac{dZ_2}{d\lambda} + 70782i\frac{dZ_4}{d\lambda} + 34098i\frac{dZ_6}{d\lambda} - 22412i\frac{dZ_8}{d\lambda} \\
& + 2159i\frac{dZ_{10}}{d\lambda} \left. \right\} + 18653(X_1 + iY_1) - 18514(X_3 + iY_3) + 41073(X_5 + iY_5) - 18632(X_7 + iY_7) \\
& + 14149(X_9 + iY_9) - 3786(X_{11} + iY_{11}) + 222996(iX_0 - Y_0) - 138392(iX_2 - Y_2) + 77860(iX_4 - Y_4) \\
& + 26118(iX_6 - Y_6) - 40148(iX_8 - Y_8) - 30028(iX_{10} - Y_{10}) \\
M_7 = & -\frac{\pi g \rho_0 h}{2R} \left\{ -237558Z_1 + 224666Z_3 - 358205Z_5 + 108760Z_7 + 450345Z_9 - 700386Z_{11} + 35000iZ_2 \right. \\
& - 66716iZ_4 + 150571iZ_6 - 236712iZ_8 - 25465iZ_{10} + 5140\frac{dZ_1}{d\lambda} + 34307\frac{dZ_3}{d\lambda} + 4287\frac{dZ_5}{d\lambda} + 56230\frac{dZ_7}{d\lambda} \\
& + 12369\frac{dZ_9}{d\lambda} + 58413\frac{dZ_{11}}{d\lambda} - 175006i\frac{dZ_0}{d\lambda} + 60778i\frac{dZ_2}{d\lambda} - 70279i\frac{dZ_4}{d\lambda} + 67331i\frac{dZ_6}{d\lambda} + 41739i\frac{dZ_8}{d\lambda} \\
& - 12884i\frac{dZ_{10}}{d\lambda} \left. \right\} - 18940(X_1 + iY_1) + 23907(X_3 + iY_3) - 27249(X_5 + iY_5) + 46705(X_7 + iY_7) \\
& - 24234(X_9 + iY_9) + 29481(X_{11} + iY_{11}) - 257087(iX_0 - Y_0) + 99433(iX_2 - Y_2) - 109892(iX_4 - Y_4) \\
& + 68511(iX_6 - Y_6) + 34146(iX_8 - Y_8) - 103473(iX_{10} - Y_{10}) \\
M_9 = & -\frac{\pi g \rho_0 h}{2R} \left\{ +253255Z_1 - 194334Z_3 + 236230Z_5 - 344793Z_7 + 214760Z_9 - 447812Z_{11} - 21355iZ_2 \right. \\
& + 74097iZ_4 - 91625iZ_6 + 187094iZ_8 - 292069iZ_{10} + 15083\frac{dZ_1}{d\lambda} - 2713\frac{dZ_3}{d\lambda} + 30630\frac{dZ_5}{d\lambda} + 7202\frac{dZ_7}{d\lambda} \\
& + 62271\frac{dZ_9}{d\lambda} + 54878\frac{dZ_{11}}{d\lambda} + 106776i\frac{dZ_0}{d\lambda} - 80015i\frac{dZ_2}{d\lambda} + 33345i\frac{dZ_4}{d\lambda} - 44241i\frac{dZ_6}{d\lambda} + 55165i\frac{dZ_8}{d\lambda}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + 81855i \frac{dZ_{10}}{d\lambda} \Big\} + 7714(X_1 + iY_1) - 23210(X_3 + iY_3) + 23976(X_5 + iY_5) - 25512(X_7 + iY_7) \\
 & + 44336(X_9 + iY_9) + 4381(X_{11} + iY_{11}) + 185548(iX_0 - Y_0) - 108314(iX_2 - Y_2) + 65357(iX_4 - Y_4) \\
 & - 78763(iX_6 - Y_6) + 48882(iX_8 - Y_8) - 44520(iX_{10} - Y_{10}) \\
 M_{11} = & - \frac{\pi g \rho_0 h}{2R} \Big\{ -155304Z_1 + 205899Z_3 - 264997Z_5 + 323883Z_7 - 346709Z_9 - 577368Z_{11} + 29542iZ_2 \\
 & - 58492iZ_4 + 136551iZ_6 - 163008iZ_8 + 207858iZ_{10} - 8177 \frac{dZ_1}{d\lambda} + 16440 \frac{dZ_3}{d\lambda} - 9882 \frac{dZ_5}{d\lambda} + 37171 \frac{dZ_7}{d\lambda} \\
 & + 9821 \frac{dZ_9}{d\lambda} + 106114 \frac{dZ_{11}}{d\lambda} - 147707i \frac{dZ_0}{d\lambda} + 54106i \frac{dZ_2}{d\lambda} - 66003i \frac{dZ_4}{d\lambda} + 33958i \frac{dZ_6}{d\lambda} - 42625i \frac{dZ_8}{d\lambda} \\
 & + 89955i \frac{dZ_{10}}{d\lambda} \Big\} - 19731(X_1 + iY_1) + 16068(X_3 + iY_3) - 29859(X_5 + iY_5) + 31408(X_7 + iY_7) \\
 & - 32194(X_9 + iY_9) + 75652(X_{11} + iY_{11}) - 214797(iX_0 - Y_0) + 100537(iX_2 - Y_2) - 89161(iX_4 - Y_4) \\
 & + 62817(iX_6 - Y_6) - 77356(iX_8 - Y_8) - 6749(iX_{10} - Y_{10}) \\
 M_{13} = & - \frac{\pi g \rho_0 h}{2R} \Big\{ + 149514Z_1 - 97528Z_3 + 132920Z_5 - 144641Z_7 + 279443Z_9 - 955751Z_{11} - 11122iZ_2 \\
 & + 37661iZ_4 - 43983iZ_6 + 111865iZ_8 - 61003iZ_{10} + 2880 \frac{dZ_1}{d\lambda} - 6387 \frac{dZ_3}{d\lambda} + 10559 \frac{dZ_5}{d\lambda} - 391 \frac{dZ_7}{d\lambda} \\
 & + 32048 \frac{dZ_9}{d\lambda} + 50816 \frac{dZ_{11}}{d\lambda} + 55609i \frac{dZ_0}{d\lambda} - 40479i \frac{dZ_2}{d\lambda} + 16413i \frac{dZ_4}{d\lambda} - 28367i \frac{dZ_6}{d\lambda} + 17436i \frac{dZ_8}{d\lambda} \\
 & + 7296i \frac{dZ_{10}}{d\lambda} \Big\} + 2548(X_1 + iY_1) - 13692(X_3 + iY_3) + 9765(X_5 + iY_5) - 16454(X_7 + iY_7) \\
 & + 18399(X_9 + iY_9) + 22268(X_{11} + iY_{11}) + 97441(iX_0 - Y_0) - 53102(iX_2 - Y_2) + 35459(iX_4 - Y_4) \\
 & - 38976(iX_6 - Y_6) + 25205(iX_8 - Y_8) - 94494(iX_{10} - Y_{10}) \\
 M_{15} = & - \frac{\pi g \rho_0 h}{2R} \Big\{ -122521Z_1 + 145310Z_3 - 184794Z_5 + 230346Z_7 - 266365Z_9 - 19553Z_{11} + 19612iZ_2 \\
 & - 44444iZ_4 + 90392iZ_6 - 116304iZ_8 + 184858iZ_{10} - 8229 \frac{dZ_1}{d\lambda} + 8114 \frac{dZ_3}{d\lambda} - 11887 \frac{dZ_5}{d\lambda} + 17876 \frac{dZ_7}{d\lambda} \\
 & - 5307 \frac{dZ_9}{d\lambda} + 53778 \frac{dZ_{11}}{d\lambda} - 98059i \frac{dZ_0}{d\lambda} + 43136i \frac{dZ_2}{d\lambda} - 41628i \frac{dZ_4}{d\lambda} + 24536i \frac{dZ_6}{d\lambda} - 35253i \frac{dZ_8}{d\lambda} \\
 & + 26003i \frac{dZ_{10}}{d\lambda} \Big\} - 12360(X_1 + iY_1) + 12225(X_3 + iY_3) - 20911(X_5 + iY_5) + 20531(X_7 + iY_7) \\
 & - 26113(X_9 + iY_9) + 45255(X_{11} + iY_{11}) - 147515(iX_0 - Y_0) + 73602(iX_2 - Y_2) - 58988(iX_4 - Y_4) \\
 & + 47856(iX_6 - Y_6) - 50228(iX_8 - Y_8) + 23955(iX_{10} - Y_{10})
 \end{aligned}$$

4. Derivation of the relation between wind stress components, mass distribution and the elevation of sea surface

Let the co-latitude θ and longitude λ be taken positive in southern and eastern directions respectively. The equation of continuity will be then given by

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial}{\partial \theta} (uhR \sin \theta \delta \lambda) \delta \theta \delta z + \frac{\partial}{\partial \lambda} (v h R \delta \theta) \delta \lambda \delta z \\
 & = - \frac{\partial}{\partial z} (R \sin \theta \delta \lambda \cdot R \delta \theta \cdot w);
 \end{aligned}$$

for an ocean of uniform depth this simplifies as

$$\frac{\partial w}{\partial z} = - \frac{h}{R \sin \theta} \left\{ \frac{\partial (u \sin \theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial \lambda} \right\} \quad (35)$$

Integration from the surface of the sea ($z=0$) down to the bottom ($z=-h$) gives

$$\begin{aligned}
 & w(-h) - w(0) \\
 & = - \frac{h}{R \sin \theta} \left\{ \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \int_{-h}^0 u dz \right) \right. \\
 & \quad \left. + \frac{\partial}{\partial \lambda} \int_{-h}^0 v dz \right\}
 \end{aligned}$$

$\int_{-h}^0 u dz$ and $\int_{-h}^0 v dz$ can be substituted for $\int_{-h}^0 \rho u dz (=M_\mu)$ and $\int_{-h}^0 \rho v dz (=M_\lambda)$ to very small errors, while $w(-h)=w(0)=0$ very closely. Thus it follows

$$\frac{h}{R \sin \theta} \left\{ \frac{\partial(M_\mu \sin \theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial M_\lambda}{\partial \lambda} \right\} = 0; \quad (36)$$

this is the continuity equation approximately valid in an ocean of uniform depth.

Now that $\cos \theta = \mu$, it will follow

$$\begin{aligned} \sin \theta &= (1 - \mu^2)^{1/2}, \\ -\sin \theta d\theta &= d\mu \quad \text{or} \quad -\frac{d\mu}{(1 - \mu^2)^{1/2}} = d\theta \end{aligned}$$

and the equation of continuity is

$$\frac{1}{(1 - \mu^2)^{1/2}} \left\{ -(1 - \mu^2)^{1/2} \frac{\partial}{\partial \mu} \cdot M_\mu (1 - \mu^2)^{1/2} + \frac{\partial M_\lambda}{\partial \lambda} \right\} = 0$$

or

$$-\frac{\partial}{\partial \mu} M_\mu (1 - \mu^2)^{1/2} + \frac{1}{(1 - \mu^2)^{1/2}} \cdot \frac{\partial M_\lambda}{\partial \lambda} = 0. \quad (37)$$

Because

$$M_\lambda - iM_\mu = M,$$

the equation of continuity is given by

imaginary part of

$$\frac{\partial}{\partial \mu} M \cdot (1 - \mu^2)^{1/2} + \frac{i}{(1 - \mu^2)^{1/2}} \cdot \frac{\partial M}{\partial \lambda} = 0 \quad (38)$$

or

imaginary part of

$$\begin{aligned} (1 - \mu^2)^{1/2} \frac{\partial}{\partial \mu} \{ (1 - \mu^2)^{1/2} M(\lambda, \mu) \} \\ + \frac{i \partial M(\lambda, \mu)}{\partial \lambda} = 0. \quad (39) \end{aligned}$$

Now it follows from (19)

$$\begin{aligned} M(\lambda, \mu) &= M_0(\lambda) \cdot P_0(\mu) + M_1(\lambda) \cdot P_1(\mu) \\ &+ M_2(\lambda) \cdot P_2(\mu) + M_3(\lambda) \cdot P_3(\mu) + \dots + \text{ad inf.} \\ &= \sum_{m=0}^{\infty} M_m(\lambda) \cdot P_m(\mu), \end{aligned}$$

where $P_0(\mu), P_1(\mu), P_2(\mu), P_3(\mu), \dots$ are zonal harmonics of orders 0, 1, 2, 3, ... and $M_0(\lambda), M_1(\lambda), M_2(\lambda), M_3(\lambda), \dots$ complex functions of λ only.

Substituting the above equation (19) in the expression (39), it follows that the imaginary part of

$$\sum_{m=0}^{\infty} \left[M_m(\lambda) \cdot (1 - \mu^2)^{1/2} \frac{d}{d\mu} \{ (1 - \mu^2)^{1/2} P_m(\mu) \} + i \frac{\partial M_m(\lambda)}{\partial \lambda} \cdot P_m(\mu) \right] \quad (40)$$

must vanish. This operation gives

$$\begin{aligned} (1 - \mu^2)^{1/2} \frac{d}{d\mu} \{ (1 - \mu^2)^{1/2} P_m(\mu) \} \\ = (1 - \mu^2) \frac{dP_m(\mu)}{d\mu} - \mu P_m(\mu). \quad (41) \end{aligned}$$

Now that

$$\begin{aligned} (1 - \mu^2) \frac{dP_m(\mu)}{d\mu} \\ = -\frac{m(m+1)}{2m+1} \{ P_{m+1}(\mu) - P_{m-1}(\mu) \} \end{aligned}$$

and

$$\mu P_m(\mu) = \frac{m+1}{2m+1} P_{m+1}(\mu) + \frac{m}{2m+1} P_{m-1}(\mu),$$

it follows

$$\begin{aligned} (1 - \mu^2) \frac{dP_m(\mu)}{d\mu} - \mu P_m(\mu) \\ = \frac{m^2}{2m+1} P_{m-1} - \frac{(m+1)^2}{2m+1} P_{m+1}. \quad (42) \end{aligned}$$

Thus the expression (41) becomes

$$\begin{aligned} (1 - \mu^2)^{1/2} \frac{d}{d\mu} \{ (1 - \mu^2)^{1/2} P_m(\mu) \} \\ = \frac{m^2}{2m+1} P_{m-1}(\mu) - \frac{(m+1)^2}{2m+1} P_{m+1}(\mu) \end{aligned}$$

and further the infinite series (40) will be then

imaginary part of

$$\begin{aligned} \sum_{m=0}^{\infty} \left[M_m(\lambda) \cdot \left\{ \frac{m^2}{2m+1} P_{m-1}(\mu) \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{(m+1)^2}{2m+1} P_{m+1}(\mu) \right\} \right. \\ \left. + i \frac{\partial M_m}{\partial \lambda} \cdot P_m(\mu) \right] = 0 \end{aligned}$$

Table 2 Differential equations to be satisfied by $Z_0(\lambda)$, $Z_2(\lambda)$, $Z_4(\lambda)$, ..., $Z_{10}(\lambda)$ derived by the operation (45).

$$\begin{aligned}
& + 65928 \frac{d^2 Z_0}{d\lambda^2} - 15649 \frac{d^2 Z_2}{d\lambda^2} + 17396 \frac{d^2 Z_4}{d\lambda^2} - 6948 \frac{d^2 Z_6}{d\lambda^2} + 8556 \frac{d^2 Z_8}{d\lambda^2} - 1719 \frac{d^2 Z_{10}}{d\lambda^2} + 48276 \frac{dZ_0}{d\lambda} + 93962 \frac{dZ_2}{d\lambda} \\
& - 86658 \frac{dZ_4}{d\lambda} + 97304 \frac{dZ_6}{d\lambda} - 107424 \frac{dZ_8}{d\lambda} + 82378 \frac{dZ_{10}}{d\lambda} - 9655Z_2 - 195Z_4 - 9750Z_6 - 349Z_8 - 13608Z_{10} \\
& - 54658aX_0 - 624aX_2 + 4326aX_4 - 617aX_6 + 2132aX_8 + 2783aX_{10} - 8293aY_1 + 817aY_3 - 1697aY_5 \\
& + 1233aY_7 - 415aY_9 + 3351aY_{11} = 0, \\
& - 79364 \frac{d^2 Z_0}{d\lambda^2} + 88561 \frac{d^2 Z_2}{d\lambda^2} - 18668 \frac{d^2 Z_4}{d\lambda^2} + 36012 \frac{d^2 Z_6}{d\lambda^2} - 8192 \frac{d^2 Z_8}{d\lambda^2} + 24744 \frac{d^2 Z_{10}}{d\lambda^2} - 376727 \frac{dZ_0}{d\lambda} + 42540 \frac{dZ_2}{d\lambda} \\
& + 301600 \frac{dZ_4}{d\lambda} - 258380 \frac{dZ_6}{d\lambda} + 286396 \frac{dZ_8}{d\lambda} - 230243 \frac{dZ_{10}}{d\lambda} + 75345Z_2 - 111212Z_4 + 68019Z_6 - 113249Z_8 \\
& + 6444Z_{10} + 539024aX_0 - 127937aX_2 - 32574aX_4 + 37424aX_6 - 21233aX_8 + 37362aX_{10} + 40667aY_1 \\
& - 49171aY_3 + 22555aY_5 - 18769aY_7 + 14131aY_9 - 21753aY_{11} = 0, \\
& + 154940 \frac{d^2 Z_0}{d\lambda^2} - 31814 \frac{d^2 Z_2}{d\lambda^2} + 80654 \frac{d^2 Z_4}{d\lambda^2} - 7960 \frac{d^2 Z_6}{d\lambda^2} + 42088 \frac{d^2 Z_8}{d\lambda^2} + 13798 \frac{d^2 Z_{10}}{d\lambda^2} + 638607 \frac{dZ_0}{d\lambda} - 448285 \frac{dZ_2}{d\lambda} \\
& + 5387 \frac{dZ_4}{d\lambda} + 507643 \frac{dZ_6}{d\lambda} - 415973 \frac{dZ_8}{d\lambda} + 377835 \frac{dZ_{10}}{d\lambda} - 127723Z_2 + 384581Z_4 - 395173Z_6 + 309665Z_8 \\
& - 332313Z_{10} - 1076393aX_0 + 546408aX_2 - 149810aX_4 - 121505aX_6 + 113832aX_8 - 17968aX_{10} - 55719aY_1 \\
& + 123682aY_3 - 121378aY_5 + 66942aY_7 - 54326aY_9 + 23446aY_{11} = 0, \\
& - 110709 \frac{d^2 Z_0}{d\lambda^2} + 88211 \frac{d^2 Z_2}{d\lambda^2} - 25144 \frac{d^2 Z_4}{d\lambda^2} + 81009 \frac{d^2 Z_6}{d\lambda^2} - 1832 \frac{d^2 Z_8}{d\lambda^2} + 67868 \frac{d^2 Z_{10}}{d\lambda^2} - 1021202 \frac{dZ_0}{d\lambda} \\
& + 493535 \frac{dZ_2}{d\lambda} - 569757 \frac{dZ_4}{d\lambda} - 19194 \frac{dZ_6}{d\lambda} + 728456 \frac{dZ_8}{d\lambda} - 325689 \frac{dZ_{10}}{d\lambda} + 204238Z_2 - 485039Z_4 + 986626Z_6 \\
& - 925683Z_8 + 518194Z_{10} + 1569623aX_0 - 777733aX_2 + 613796aX_4 - 138326aX_6 - 242937aX_8 + 239739aX_{10} \\
& + 122917aY_1 - 138687aY_3 + 223434aY_5 - 213547aY_7 + 125470aY_9 - 108696aY_{11} = 0, \\
& + 116655 \frac{d^2 Z_0}{d\lambda^2} - 41264 \frac{d^2 Z_2}{d\lambda^2} + 58142 \frac{d^2 Z_4}{d\lambda^2} - 2482 \frac{d^2 Z_6}{d\lambda^2} + 75168 \frac{d^2 Z_8}{d\lambda^2} + 48000 \frac{d^2 Z_{10}}{d\lambda^2} + 1201895 \frac{dZ_0}{d\lambda} \\
& - 623767 \frac{dZ_2}{d\lambda} + 476440 \frac{dZ_4}{d\lambda} - 635122 \frac{dZ_6}{d\lambda} - 132478 \frac{dZ_8}{d\lambda} + 1092897 \frac{dZ_{10}}{d\lambda} - 240373Z_2 + 600542Z_4 \\
& - 1033048Z_6 + 1807582Z_8 - 1136485Z_{10} - 1887925aX_0 + 886007aX_2 - 747500aX_4 + 628093aX_6 - 62702aX_8 \\
& - 251689aX_{10} - 113697aY_1 + 200951aY_3 - 218475aY_5 + 308037aY_7 - 292409aY_9 + 107109aY_{11} = 0, \\
& - 112526 \frac{d^2 Z_0}{d\lambda^2} + 63131 \frac{d^2 Z_2}{d\lambda^2} - 37040 \frac{d^2 Z_4}{d\lambda^2} + 60264 \frac{d^2 Z_6}{d\lambda^2} - 2755 \frac{d^2 Z_8}{d\lambda^2} + 115295 \frac{d^2 Z_{10}}{d\lambda^2} - 1339046 \frac{dZ_0}{d\lambda} \\
& + 728283 \frac{dZ_2}{d\lambda} - 584355 \frac{dZ_4}{d\lambda} + 495817 \frac{dZ_6}{d\lambda} - 742306 \frac{dZ_8}{d\lambda} - 74650 \frac{dZ_{10}}{d\lambda} + 267812Z_2 - 697703Z_4 + 1200614Z_6 \\
& - 1842269Z_8 + 2630719Z_{10} + 2106587aX_0 - 1098986aX_2 + 813048aX_4 - 745014aX_6 + 664234aX_8 \\
& - 198810aX_{10} + 144402aY_1 - 206690aY_3 + 283273aY_5 - 299507aY_7 + 402715aY_9 - 374937aY_{11} = 0, \\
& + 55110 \frac{d^2 Z_0}{d\lambda^2} - 27198 \frac{d^2 Z_2}{d\lambda^2} + 24644 \frac{d^2 Z_4}{d\lambda^2} - 5388 \frac{d^2 Z_6}{d\lambda^2} + 39188 \frac{d^2 Z_8}{d\lambda^2} + 47675 \frac{d^2 Z_{10}}{d\lambda^2} + 1272845 \frac{dZ_0}{d\lambda} - 603139 \frac{dZ_2}{d\lambda} \\
& + 543248 \frac{dZ_4}{d\lambda} - 447025 \frac{dZ_6}{d\lambda} + 419016 \frac{dZ_8}{d\lambda} - 776448 \frac{dZ_{10}}{d\lambda} - 254574Z_2 + 601941Z_4 - 1130229Z_6 + 1720764Z_8 \\
& - 1683206Z_{10} - 1954724aX_0 + 961828aX_2 - 780172aX_4 + 637250aX_6 - 642081aX_8 + 549207aX_{10} \\
& - 139482aY_1 + 186302aY_3 - 248065aY_5 + 299631aY_7 - 316726aY_9 + 334266aY_{11} = 0, \\
& - 83574 \frac{d^2 Z_0}{d\lambda^2} + 40403 \frac{d^2 Z_2}{d\lambda^2} - 31929 \frac{d^2 Z_4}{d\lambda^2} + 32435 \frac{d^2 Z_6}{d\lambda^2} - 14689 \frac{d^2 Z_8}{d\lambda^2} + 60506 \frac{d^2 Z_{10}}{d\lambda^2} - 1115399 \frac{dZ_0}{d\lambda}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+623648 \frac{dZ_2}{d\lambda} - 462005 \frac{dZ_4}{d\lambda} + 453902 \frac{dZ_6}{d\lambda} - 514955 \frac{dZ_8}{d\lambda} + 161950 \frac{dZ_{10}}{d\lambda} + 223082Z_2 - 595968Z_4 + 975355Z_6 \\
 &- 1656199Z_8 + 1784548Z_{10} + 1778022aX_0 - 919689aX_2 + 685545aX_4 - 630279aX_6 + 547528aX_8 \\
 &- 859823aX_{10} + 108207aY_1 - 188124aY_3 + 222660aY_5 - 268459aY_7 + 323093aY_9 - 166815aY_{11} = 0
 \end{aligned}$$

or, imaginary part of

$$\sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \frac{(m+1)^2}{2m+3} M_{m+1}(\lambda) + i \frac{dM_m}{d\lambda} - \frac{m^2}{2m-1} M_{m-1} \right\} \cdot P_m(\mu) = 0. \quad (43)$$

In order that this relation exists independent of $P_m(\mu)$, the following condition should be satisfied

$$\begin{aligned}
 &\text{imaginary part of } \frac{(m+1)^2}{2m+3} M_{m+1}(\lambda) \\
 &+ i \frac{dM_m}{d\lambda} - \frac{m^2}{2m-1} M_{m-1} = 0 \quad (44) \\
 &(m=0, 1, 2, 3, \dots)
 \end{aligned}$$

provided $M_{-1}(\lambda)=0$. Thus it follows that the imaginary parts of

$$\left. \begin{aligned}
 &\frac{1^2}{3} M_1 + i \frac{dM_0}{d\lambda} \\
 &\frac{2^2}{5} M_2 + i \frac{dM_1}{d\lambda} - \frac{1^2}{1} M_0 \\
 &\frac{3^2}{7} M_3 + i \frac{dM_2}{d\lambda} - \frac{2^2}{3} M_1 \\
 &\frac{4^2}{9} M_4 + i \frac{dM_3}{d\lambda} - \frac{3^2}{5} M_2 \\
 &\frac{5^2}{11} M_5 + i \frac{dM_4}{d\lambda} - \frac{4^2}{7} M_3 \\
 &\frac{6^2}{13} M_6 + i \frac{dM_5}{d\lambda} - \frac{5^2}{9} M_4 \\
 &\dots \dots \dots
 \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

vanish.

The above are the equations connecting the surface slopes to the wind stress components and mass distribution.

Substituting the expressions for $M_0, M_1, M_2, M_3, \dots$ (Table 1) in (45), simultaneous differential equations of the second order shown in Table 2 are obtained. Further substitution in the equation (19) gives the mass transport $M(\lambda, \mu)$.

5. Application to oceans bounded by two meridians

In Table 2 are given the differential equations to compute the functions $Z_0(\lambda), Z_1(\lambda), Z_2(\lambda), Z_3(\lambda), \dots$. They are divided into two groups, or the equations with even and odd suffices. If the meridional distribution of wind stresses is symmetric about the equator, only the equations of even suffices: 0, 2, 4, ... are to be solved, while the equations of odd suffices: 1, 3, 5, ... must be integrated if the distribution of wind is antisymmetric about the equator. Actually, however, the meridional distribution of wind stresses in the Atlantic and the Pacific Oceans is roughly symmetric about the equator, so that the surface contours of these oceans will be represented by curves symmetric about the equator in oceans bounded by two meridians and extending from the north pole to the south pole. If the problem for the Indian Ocean is to be solved by the present theory, equations of odd orders are to be used because the northern boundary of the Indian Ocean is approximately coincident with the equator.

As to the wind stress vectors, most authors have assumed them to be approximately zonal. The wind system consists of the east winds near poles, west winds in moderate latitudes, and the broad belt of Trades along and on both sides of the equator.

Zonal distribution of wind stresses can therefore be approximately represented in (20) by

$$\begin{aligned}
 X_0 &= 0, \quad X_2 = -\frac{3}{4} X_4, \quad X_4 < 0, \quad X_6 = X_8 = \dots = 0 \\
 Y_1 &= Y_3 = Y_5 = \dots = 0
 \end{aligned}$$

where the constant X_4 can be determined from the actual distribution of wind stress. It is the coefficient of $P_4(\mu)$ in an expansion of τ_λ or the meridional component of wind stress in terms of zonal harmonics. Thus it follows

$$-\tau_\mu = 0; \quad \tau_\lambda = \left\{ -\frac{3}{4} P_2(\mu) + P_4(\mu) \right\} X_4 \quad (46)$$

The constant a is

$$a = \frac{2R}{\pi g \rho_0 h}, \quad (47)$$

and the value of the latter becomes

$$a = \frac{2 \times 6.3712 \times 10^8}{\pi \times 980 \times 1.025 \times 4000 \times 10^2} = 1.0095$$

for $h=4,000$ meters.

These features will be given roughly by

$$\tau_\lambda = X_4 P_4(\mu), \quad (48)$$

where

$$X_4 < 0,$$

since $P_4(\mu)$ is positive for $\theta=0^\circ \sim 30^\circ$ (or $\varphi=60^\circ \sim 90^\circ$), $\theta=71^\circ \sim 90^\circ$ (or $\varphi=0^\circ \sim 19^\circ$) and is negative for $\theta=31^\circ \sim 70^\circ$ (or $\varphi=20^\circ \sim 59^\circ$). If the formula (48) is modified a little more so that it represents the actual situation of the wind distribution more faithfully and the quantity a is multiplied, it will be better to adopt the formula

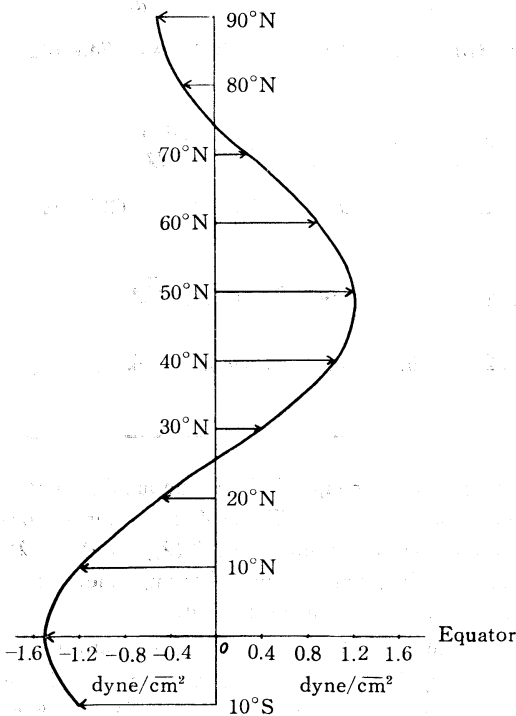


Fig. 2. Meridional distribution of zonal components of prevailing winds.

$$\tau_\lambda(\mu) = X_2 \cdot P_2(\mu) + X_4 \cdot P_4(\mu).$$

Assuming $X_2 = -\frac{3}{4}X_4$, a formula which better fits the meridional distribution of τ_λ will be

$$a\tau_\lambda(\mu) = \left\{ -\frac{3}{4}P_2(\mu) + P_4(\mu) \right\} aX_4.$$

The meridional variation of τ_λ against co-latitude is assumed as shown in Table 3. The wind stress is supposed to be symmetrically situated around the equator.

If the absolute values of wind stress components will be given by

$$-\tau_\mu = 0; \quad a\tau_\lambda = \left\{ -\frac{3}{4}P_2(\mu) + P_4(\mu) \right\} aX_4,$$

X_4 may be determined from observations.

Now application will be made for this theory to compute the surface contours of the oceans comparable in size to the Atlantic and Pacific Oceans. Although the solutions $Z_0, Z_1, Z_2, Z_3, \dots$ of the equations must be represented all by infinite series, they are supposed to be convergent. For this reason, it may be possible to treat them as finite series whose higher terms tend pretty fast to *nil*. Tentatively it may be supposed that the $Z_m(\lambda)$ -series is a finite one consisting of only four even terms $Z_0(\lambda), Z_2(\lambda), Z_4(\lambda)$ and $Z_6(\lambda)$.

Thus *eight* equations shown in Table 4 are obtained. In these equations, terms like X_8 ,

Table 3

co-latitude θ	latitude φ	$-\frac{3}{4}X_2P_2(\mu) + X_4P_4(\mu)^*$
0° (North pole)	90° N	-0.2500
10°	80° N	-0.1371
20°	70° N	+0.1434
30°	60° N	+0.4453
40°	50° N	+0.6042
50°	40° N	+0.5174
60°	30° N	+0.1953
70°	20° N	-0.2396
80°	10° N	-0.6070
90° (Equator)	0°	-0.7500
100°	10° S	-0.6070
110°	20° S	-0.2396

* These figures are expressed in dyne/cm².

Table 4 Differential equations derived by disregarding $Z_8, Z_{10}, \dots, X_8, X_{10}, \dots$ and Y_7, Y_9, Y_{11}, \dots .

$$\begin{aligned}
& + 65928 \frac{d^2 Z_0}{d\lambda^2} - 15649 \frac{d^2 Z_2}{d\lambda^2} + 17396 \frac{d^2 Z_4}{d\lambda^2} - 6948 \frac{d^2 Z_6}{d\lambda^2} + 48276 \frac{dZ_0}{d\lambda} + 93962 \frac{dZ_2}{d\lambda} - 86658 \frac{dZ_4}{d\lambda} + 97304 \frac{dZ_6}{d\lambda} \\
& - 9655Z_2 - 195Z_4 - 9750Z_6 - 54658aX_0 - 624aX_2 + 4326aX_4 - 617aX_6 - 8293aY_1 + 817aY_3 - 1697aY_5 = 0, \\
& - 79364 \frac{d^2 Z_0}{d\lambda^2} + 88561 \frac{d^2 Z_2}{d\lambda^2} - 18668 \frac{d^2 Z_4}{d\lambda^2} + 36012 \frac{d^2 Z_6}{d\lambda^2} - 376727 \frac{dZ_0}{d\lambda} + 42540 \frac{dZ_2}{d\lambda} + 301600 \frac{dZ_4}{d\lambda} - 258380 \frac{dZ_6}{d\lambda} \\
& + 75345Z_2 - 111212Z_4 + 68019Z_6 + 539024aX_0 - 127937aX_2 - 32574aX_4 + 37424aX_6 + 40667aY_1 \\
& - 49171aY_3 + 22555aY_5 = 0, \\
& + 154940 \frac{d^2 Z_0}{d\lambda^2} - 31814 \frac{d^2 Z_2}{d\lambda^2} + 80654 \frac{d^2 Z_4}{d\lambda^2} - 7960 \frac{d^2 Z_6}{d\lambda^2} + 638607 \frac{dZ_0}{d\lambda} - 448285 \frac{dZ_2}{d\lambda} + 5387 \frac{dZ_4}{d\lambda} + 507643 \frac{dZ_6}{d\lambda} \\
& - 127723Z_2 + 384581Z_4 - 395173Z_6 - 1076393aX_0 + 546408aX_2 - 149810aX_4 - 121505aX_6 - 55719aY_1 \\
& + 123682aY_3 - 121378aY_5 = 0, \\
& - 110709 \frac{d^2 Z_0}{d\lambda^2} + 88211 \frac{d^2 Z_2}{d\lambda^2} - 25144 \frac{d^2 Z_4}{d\lambda^2} + 81009 \frac{d^2 Z_6}{d\lambda^2} - 1021202 \frac{dZ_0}{d\lambda} + 493535 \frac{dZ_2}{d\lambda} - 569757 \frac{dZ_4}{d\lambda} \\
& - 19194 \frac{dZ_6}{d\lambda} + 204238Z_2 - 485039Z_4 + 986626Z_6 + 1569623aX_0 - 777733aX_2 + 613796aX_4 - 138326aX_6 \\
& + 122917aY_1 - 138687aY_3 + 223434aY_5 = 0, \\
& + 116655 \frac{d^2 Z_0}{d\lambda^2} - 41264 \frac{d^2 Z_2}{d\lambda^2} + 58142 \frac{d^2 Z_4}{d\lambda^2} - 2482 \frac{d^2 Z_6}{d\lambda^2} + 1201895 \frac{dZ_0}{d\lambda} - 623767 \frac{dZ_2}{d\lambda} + 476440 \frac{dZ_4}{d\lambda} \\
& - 635122 \frac{dZ_6}{d\lambda} - 240373Z_2 + 600542Z_4 - 1033048Z_6 - 1887925aX_0 + 886007aX_2 - 747500aX_4 + 628093aX_6 \\
& - 113697aY_1 + 200951aY_3 - 218475aY_5 = 0, \\
& - 112526 \frac{d^2 Z_0}{d\lambda^2} + 63131 \frac{d^2 Z_2}{d\lambda^2} - 37040 \frac{d^2 Z_4}{d\lambda^2} + 60264 \frac{d^2 Z_6}{d\lambda^2} - 1339046 \frac{dZ_0}{d\lambda} + 728283 \frac{dZ_2}{d\lambda} - 584355 \frac{dZ_4}{d\lambda} \\
& + 495817 \frac{dZ_6}{d\lambda} + 267812Z_2 - 697703Z_4 + 1200614Z_6 + 2106587aX_0 - 1098986aX_2 + 813048aX_4 - 745014aX_6 \\
& + 144402aY_1 - 206690aY_3 + 283273aY_5 = 0, \\
& + 55110 \frac{d^2 Z_0}{d\lambda^2} - 27198 \frac{d^2 Z_2}{d\lambda^2} + 24644 \frac{d^2 Z_4}{d\lambda^2} - 5388 \frac{d^2 Z_6}{d\lambda^2} + 1272845 \frac{dZ_0}{d\lambda} - 603139 \frac{dZ_2}{d\lambda} + 543248 \frac{dZ_4}{d\lambda} \\
& - 447025 \frac{dZ_6}{d\lambda} - 254574Z_2 + 601941Z_4 - 1130229Z_6 - 1954724aX_0 + 961828aX_2 - 780172aX_4 + 637250aX_6 \\
& - 139482aY_1 + 186302aY_3 - 248065aY_5 = 0, \\
& - 83574 \frac{d^2 Z_0}{d\lambda^2} + 40403 \frac{d^2 Z_2}{d\lambda^2} - 31929 \frac{d^2 Z_4}{d\lambda^2} + 32435 \frac{d^2 Z_6}{d\lambda^2} - 1115399 \frac{dZ_0}{d\lambda} + 623648 \frac{dZ_2}{d\lambda} - 462005 \frac{dZ_4}{d\lambda} \\
& + 453902 \frac{dZ_6}{d\lambda} + 223082Z_2 - 595968Z_4 + 975355Z_6 + 1778022aX_0 - 919689aX_2 + 685545aX_4 - 630279aX_6 \\
& + 108207aY_1 - 188124aY_3 + 222660aY_5 = 0
\end{aligned}$$

X_{10} , Y_7 and Y_9 are also deleted in conformity with suffices of the functions $Z_0(\lambda)$, $Z_2(\lambda)$, $Z_4(\lambda)$ and $Z_6(\lambda)$.

A similar odd group of equations can be collected. However, as long as the motion of water in the ocean is concerned and its pattern is symmetric about the equator, it is not necessary to particularly pay attention to the equations of odd orders ($m=1, 3, 5, 7, \dots$).

There will be several different methods for

solving these group of simultaneous differential equations shown in Table 4 in order to determine the functions $Z_0(\lambda)$, $Z_2(\lambda)$, $Z_4(\lambda)$, $Z_6(\lambda)$, \dots . In this paper the following method of computation is to be employed.

In order to solve this system of differential equations, it will be convenient to eliminate the first derivatives $\frac{dZ_0}{d\lambda}$, $\frac{dZ_2}{d\lambda}$, $\frac{dZ_4}{d\lambda}$ and $\frac{dZ_6}{d\lambda}$ out of the *eight* even equations. By this elimi-

nation the number of simultaneous equations will be reduced to *four*, involving $\frac{d^2Z_0}{d\lambda^2}$, $\frac{d^2Z_2}{d\lambda^2}$, $\frac{d^2Z_4}{d\lambda^2}$ and $\frac{d^2Z_6}{d\lambda^2}$ and Z_0 , Z_2 , Z_4 and Z_6 together with

the terms of constants X_0 , X_2 , X_4 and X_6 ; Y_1 , Y_3 and Y_5 . Further by mutual eliminations of the second derivatives, the following four equations will be derived.

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2Z_0}{d\lambda^2} &+ 2.743342Z_4 + 0.431217Z_6 - 3.747904aX_0 + 2.253919aX_2 - 3.079743aX_4 \\ &- 1.923110aX_6 + 1.604794aY_1 + 2.229556aY_3 + 1.193587aY_5 = 0, \\ \frac{d^2Z_2}{d\lambda^2} &- 0.000296Z_2 + 0.378495Z_4 - 1.201262Z_6 + 0.705940aX_0 + 2.848752aX_2 + 0.406686aX_4 \\ &+ 8.016270aX_6 - 0.764511aY_1 - 0.882238aY_3 - 1.287593aY_5 = 0, \\ \frac{d^2Z_4}{d\lambda^2} &+ 0.000119Z_2 - 5.503435Z_4 - 1.442340Z_6 + 7.876084aX_0 - 4.559754aX_2 + 6.689928aX_4 \\ &+ 4.361119aX_6 - 3.565882aY_1 - 4.878847aY_3 - 2.923545aY_5 = 0, \\ \frac{d^2Z_6}{d\lambda^2} &+ 0.000201Z_2 + 1.597114Z_4 + 1.526231Z_6 - 3.419903aX_0 - 0.904192aX_2 - 2.902097aX_4 \\ &- 8.476163aX_6 + 1.965994aY_1 + 2.536143aY_3 + 2.213912aY_5 = 0. \end{aligned} \right\} \quad (49)$$

In these four equations coefficients of Z_0 and Z_2 on the right-hand sides are very small, so that they can be put =0 without perceptible error in the result. In the numerical solutions only X_2 and X_4 are to be retained.

or forced oscillations of water in a basin or a sea with vertical walls. Mathematically it is expressed as

$$\frac{dZ_m}{d\lambda} = 0 \text{ along } \lambda=0 \text{ and } \lambda=\lambda_1 \quad (m=0, 2, 4, 6).$$

6. Boundary conditions

The boundary conditions are most difficult matter to choose in this theory. The best case will be that the heights of water along the surrounding coasts above a level surface or reference surface are determined in advance by trigonometric surveying or some other methods. However, it will be practically extremely difficult or almost impossible to determine the actual heights of water surface along the coast-lines. Only feasible method will be to assume certain mathematical boundary condition or conditions in advance, for example, that the water heights above the level surface are constant or =0 along the coast-lines, or something like.

These two kinds of boundary conditions mean that the surface slopes of the oceans are given by

$$\zeta(\lambda, \mu) = \sum_m Z_m(\lambda) P_m(\mu) = 0 \text{ for } \lambda=0 \text{ and } \lambda=\lambda_1 \quad (50)$$

and

$$\frac{\partial \zeta(\lambda, \mu)}{\partial \lambda} = \sum_m \frac{\partial Z_m(\lambda)}{\partial \lambda} P_m(\mu) = 0 \text{ for } \lambda=0 \text{ and } \lambda=\lambda_1 \quad (51)$$

If the ocean under consideration is bounded by two meridians on its eastern and western coasts, the functions $Z_m(\lambda)$ may be chosen so as to vanish or keep a certain constant value on the coasts. In this case the boundary conditions will be

respectively. Actually the latter condition seems or conditions seem to be most reasonable for applying to a hydrosphere on a spherical earth. However, this boundary conditions cannot make the functions $Z_m(\lambda)$ or the solution $\sum_m Z_m(\lambda) P_m(\mu)$ converge into a finite form. For this reason, the boundary condition of the form:

$$qZ_m(\lambda) + \frac{dZ_m}{d\lambda} = 0 \text{ for } \lambda=0 \text{ and } \lambda=\lambda_1 \quad (52) \quad (m=0, 2, 4, 6)$$

$$Z_m(\lambda) = 0 \text{ along } \lambda=0 \text{ and } \lambda=\lambda_1 \quad (m=0, 2, 4, 6).$$

where q is a numerical constant, seems most reasonable for our purpose provided that q is made as small as possible. The smaller is q , the more reasonable will be the result and will fit

Another and more reasonable mathematical boundary condition is that the slope of water surface perpendicular to the coasts is zero. This condition is usually employed in the free

for the actual features of the phenomena. However, q cannot be $=0$ because the solution for $Z_m(\lambda)$ will not then converge into a finite form. In the following computation q is assumed to be something like $=\frac{1}{10}$ throughout.

7. Numerical solutions

Now the four equations to be solved are

$$\frac{d^2 Z_0}{d\lambda^2} + 2.743342Z_4 + 0.431217Z_6 - 4.770182aX_4 = 0, \tag{53}$$

$$\frac{d^2 Z_2}{d\lambda^2} + 0.378495Z_4 - 1.201262Z_6 - 1.729878aX_4 = 0, \tag{54}$$

$$\frac{d^2 Z_4}{d\lambda^2} - 5.503435Z_4 - 1.442340Z_6 + 10.109744aX_4 = 0, \tag{55}$$

$$\frac{d^2 Z_6}{d\lambda^2} + 1.597114Z_4 + 1.526231Z_6 - 2.223953aX_4 = 0, \tag{56}$$

disregarding those small terms which do not affect the result. By multiplying the last two equations by the unknowns l_4 and l_6 respectively, and adding together, it leads to

$$\frac{d^2}{d\lambda^2}(l_4 Z_4 + l_6 Z_6) + (-5.503435l_4 + 1.597114l_6)Z_4 + (-1.442340l_4 + 1.526231l_6)Z_6 + (10.109744l_4 - 2.223953l_6)aX_4 = 0. \tag{57}$$

Now let

$$\begin{aligned} -5.503435l_4 + 1.597114l_6 &= l_4 \xi, \\ -1.442340l_4 + 1.526231l_6 &= l_6 \xi, \end{aligned}$$

or

$$\left. \begin{aligned} (-5.503435 - \xi)l_4 + 1.597114l_6 &= 0, \\ -1.442340l_4 + (1.526231 - \xi)l_6 &= 0; \end{aligned} \right\} \tag{58}$$

then it follows

$$\xi^2 + 3.977204\xi - 6.095932 = 0 \tag{59}$$

with two roots ξ_4 and ξ_6

$$\xi_4 = -5.158850, \quad \xi_6 = +1.181646 \tag{60}$$

from which it follows

$$\begin{aligned} \xi_4^{1/2} &= \pm 2.271310i & \xi_6^{1/2} &= \pm 1.087035 \\ \frac{l_4}{l_6} &= +4.634891 & \frac{l_4}{l_6} &= +0.238907 \\ \frac{l_6}{l_4} &= +0.215755 & \frac{l_6}{l_4} &= +4.185726. \end{aligned}$$

The equation (57) now becomes

$$Z_4 + \frac{l_6}{l_4} Z_6 = A \cos \xi^{1/2} \lambda + B \sin \xi^{1/2} \lambda - \frac{10.109744aX_4 + \frac{l_6}{l_4}(-2.223953aX_4)}{\xi}. \tag{61}$$

Substituting ($\xi_6 = +1.181646$ and $\frac{l_6}{l_4} = +4.185726$) and ($\xi_4 = -5.158850$ and $\frac{l_6}{l_4} = +0.215755$) in the equation (61) above, two following equations are derived:

$$\left. \begin{aligned} Z_4 + 0.215755Z_6 &= A_4 \cosh 2.271310\lambda \\ &+ iB_4 \sinh 2.271310\lambda + 1.866679aX_4, \\ Z_4 + 4.185726Z_6 &= A_6 \cos 1.087035\lambda \\ &+ B_6 \sin 1.087035\lambda - 0.677772aX_4; \end{aligned} \right\} \tag{62}$$

subtracting the lower equation from the above, and then dividing by -3.969971 , it follows

$$\begin{aligned} Z_4(\lambda) &= 1.054347(A_4 \cosh 2.271310\lambda \\ &+ iB_4 \sinh 2.271310\lambda) - 0.054347 \\ &\times (A_6 \cos 1.087035\lambda + B_6 \sin 1.087035\lambda) \\ &+ 2.004961aX_4, \end{aligned} \tag{63}$$

$$\begin{aligned} Z_6(\lambda) &= -0.251891(A_4 \cosh 2.271310\lambda \\ &+ iB_4 \sinh 2.271310\lambda) + 0.251891 \\ &\times (A_6 \cos 1.087035\lambda + B_6 \sin 1.087035\lambda) \\ &- 0.640924aX_4 \end{aligned} \tag{64}$$

where A_4, iB_4, A_6 and B_6 are constants to be determined by means of the boundary conditions. The derivatives $\frac{dZ_4}{d\lambda}$ and $\frac{dZ_6}{d\lambda}$ are further

$$\begin{aligned} \frac{dZ_4}{d\lambda} &= 2.394749(A_4 \sinh 2.271310\lambda \\ &+ iB_4 \cosh 2.271310\lambda) + 0.059077 \\ &\times (A_6 \sin 1.087035\lambda - B_6 \cos 1.087035\lambda) \end{aligned}$$

and

$$\begin{aligned} \frac{dZ_6}{d\lambda} = & -0.572123(A_4 \sinh 2.271310\lambda \\ & + iB_4 \cosh 2.271310\lambda) - 0.273814 \\ & \times (A_6 \sin 1.087035\lambda - B_6 \cos 1.087035\lambda). \end{aligned}$$

By applying the operators $q + \frac{d}{d\lambda}$ to Z_4 and Z_6 where q is a real constant, the two following equations can be derived for $\lambda=0$, or the western coast

$\lambda=0$:

$$\left. \begin{aligned} 1.054347qA_4 + 2.394749iB_4 - 0.054347qA_6 - 0.059077B_6 + 2.004961qaX_4 = 0, \\ -0.251891qA_4 - 0.572123iB_4 + 0.251891qA_6 + 0.273814B_6 - 0.640924qaX_4 = 0, \end{aligned} \right\} \quad (65)$$

from which it follows

$$\left. \begin{aligned} iB_4 = -0.440274qA_4 - 0.821851qaX_4, \\ B_6 = -0.919934qA_6 + 0.623505qaX_4. \end{aligned} \right\} \quad (66)$$

And for the eastern coast $\lambda=\lambda_1$, it follows

$\lambda=\lambda_1$:

$$\begin{aligned} & \sinh 2.271310\lambda_1 \{ 2.394749A_4 + 1.054347q(-0.440275qA_4 - 0.821851qaX_4) \\ & + \cosh 2.271310\lambda_1 \{ 1.054347qA_4 + 2.394749(-0.440275qA_4 - 0.821851qaX_4) \\ & + \sin 1.087035\lambda_1 \{ 0.059077A_6 - 0.054347q(-0.919934qA_6 + 0.623505qaX_4) \\ & + \cos 1.087035\lambda_1 \{-0.054347qA_6 - 0.059077(-0.919934qA_6 + 0.623505qaX_4) \\ & \quad + 2.004961qaX_4 = 0 \end{aligned} \quad (67)$$

and

$$\begin{aligned} & \sinh 2.271310\lambda_1 \{-0.572123A_4 - 0.251891q(-0.440275qA_4 - 0.821851qaX_4) \\ & + \cosh 2.271310\lambda_1 \{-0.251891qA_4 - 0.572123(-0.440275qA_4 - 0.821851qaX_4) \\ & + \sin 1.087035\lambda_1 \{-0.273814A_6 + 0.251891q(-0.919934qA_6 + 0.623505qaX_4) \\ & + \cos 1.087035\lambda_1 \{ 0.251891qA_6 + 0.273814(-0.919934qA_6 + 0.623505qaX_4) \\ & \quad - 0.640924qaX_4 = 0. \end{aligned} \quad (68)$$

Solving these equations as simultaneous, and introducing $q = \frac{1}{10}$, A_4 , A_6 , iB_4 and B_6 are determined as follows

$$\left. \begin{aligned} A_4 &= \frac{\cosh 2.271310\lambda_1 - 1}{\sinh 2.271310\lambda_1} (0.082345aX_4) + 0.003625aX_4, \\ A_6 &= \frac{\cos 1.087035\lambda_1 - 1}{\sin 1.087035\lambda_1} (0.061827aX_4) + 0.005688aX_4, \\ iB_4 &= \frac{\cosh 2.271310\lambda_1 - 1}{\sinh 2.271310\lambda_1} (-0.003625aX_4) - 0.082345aX_4, \\ B_6 &= \frac{\cos 1.087035\lambda_1 - 1}{\sin 1.087035\lambda_1} (-0.005688aX_4) + 0.061827aX_4. \end{aligned} \right\} \quad (69)$$

Substituting A_4 , A_6 , iB_4 and B_6 above in (63) and (64), $Z_4(\lambda)$ and $Z_6(\lambda)$ can be obtained as follows

$$\begin{aligned} Z_4(\lambda) = & 0.086820aX_4 \left\{ \cosh 2.271310\lambda \left(\frac{\cosh 2.271310\lambda_1 - 1}{\sinh 2.271310\lambda_1} \right) - \sinh 2.271310\lambda \right\} \\ & - 0.003822aX_4 \left\{ \sinh 2.271310\lambda \left(\frac{\cosh 2.271310\lambda_1 - 1}{\sinh 2.271310\lambda_1} \right) - \cosh 2.271310\lambda \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -0.003360aX_4 \left\{ \cos 1.087035\lambda \left(\frac{\cos 1.087035\lambda_1 - 1}{\sin 1.087035\lambda_1} \right) + \sin 1.087035\lambda \right\} \\
& + 0.000309aX_4 \left\{ \sin 1.087035\lambda \left(\frac{\cos 1.087035\lambda_1 - 1}{\sin 1.087035\lambda_1} \right) - \cos 1.087035\lambda \right\} \\
& + 2.004961aX_4,
\end{aligned} \tag{70}$$

$$\begin{aligned}
Z_6(\lambda) = & -0.020742aX_4 \left\{ \cosh 2.271310\lambda \left(\frac{\cosh 2.271310\lambda_1 - 1}{\sinh 2.271310\lambda_1} \right) - \sinh 2.271310\lambda \right\} \\
& + 0.000913aX_4 \left\{ \sinh 2.271310\lambda \left(\frac{\cosh 2.271310\lambda_1 - 1}{\sinh 2.271310\lambda_1} \right) - \cosh 2.271310\lambda \right\} \\
& + 0.015574aX_4 \left\{ \cos 1.087035\lambda \left(\frac{\cos 1.087035\lambda_1 - 1}{\sin 1.087035\lambda_1} \right) + \sin 1.087035\lambda \right\} \\
& - 0.001433aX_4 \left\{ \sin 1.087035\lambda \left(\frac{\cos 1.087035\lambda_1 - 1}{\sin 1.087035\lambda_1} \right) - \cos 1.087035\lambda \right\} \\
& - 0.640924aX_4.
\end{aligned} \tag{71}$$

Substituting the expressions thus obtained for $Z_4(\lambda)$ and $Z_6(\lambda)$ into (53) and (54), integrating once and twice with respect to λ , the expressions for $\frac{dZ_0}{d\lambda}$ and $Z_0(\lambda)$ and for $\frac{dZ_2}{d\lambda}$ and $Z_2(\lambda)$ are

obtained. And applying to the operator $\left(q + \frac{\partial}{\partial \lambda}\right) = 0$ for both coasts $\lambda=0$ and $\lambda=\lambda_1$, the expressions for $Z_0(\lambda)$ and $Z_2(\lambda)$ are obtained as follows.

$$\begin{aligned}
Z_0(\lambda) = & -0.044435aX_4 \left\{ \cosh 2.271310\lambda \left(\frac{\cosh 2.271310\lambda_1 - 1}{\sinh 2.271310\lambda_1} \right) - \sinh 2.271310\lambda \right\} \\
& + 0.001956aX_4 \left\{ \sinh 2.271310\lambda \left(\frac{\cosh 2.271310\lambda_1 - 1}{\sinh 2.271310\lambda_1} \right) - \cosh 2.271310\lambda \right\} \\
& - 0.002117aX_4 \left\{ \cos 1.087035\lambda \left(\frac{\cos 1.087035\lambda_1 - 1}{\sin 1.087035\lambda_1} \right) + \sin 1.087035\lambda \right\} \\
& + 0.000195aX_4 \left\{ \sin 1.087035\lambda \left(\frac{\cos 1.087035\lambda_1 - 1}{\sin 1.087035\lambda_1} \right) - \cos 1.087035\lambda \right\} \\
& - 46.357480aX_4 - 0.453734aX_4 \left(\frac{\lambda^2 - \lambda\lambda_1}{2} \right) + 4.537340aX_4 \left(\lambda - \frac{\lambda_1}{2} \right)
\end{aligned} \tag{72}$$

$$\begin{aligned}
Z_2(\lambda) = & -0.011200aX_4 \left\{ \cosh 2.271310\lambda \left(\frac{\cosh 2.271310\lambda_1 - 1}{\sinh 2.271310\lambda_1} \right) - \sinh 2.271310\lambda \right\} \\
& + 0.000493aX_4 \left\{ \sinh 2.271310\lambda \left(\frac{\cosh 2.271310\lambda_1 - 1}{\sinh 2.271310\lambda_1} \right) - \cosh 2.271310\lambda \right\} \\
& - 0.016909aX_4 \left\{ \cos 1.087035\lambda \left(\frac{\cos 1.087035\lambda_1 - 1}{\sin 1.087035\lambda_1} \right) + \sin 1.087035\lambda \right\} \\
& + 0.001555aX_4 \left\{ \sin 1.087035\lambda \left(\frac{\cos 1.087035\lambda_1 - 1}{\sin 1.087035\lambda_1} \right) - \cos 1.087035\lambda \right\} \\
& + 20.040770aX_4 + 0.201093aX_4 \left(\frac{\lambda^2 - \lambda\lambda_1}{2} \right) - 2.010930aX_4 \left(\lambda - \frac{\lambda_1}{2} \right)
\end{aligned} \tag{73}$$

8. Surface contours

In the equation (21), it is described that the surface contours $\zeta(\lambda, \mu)$ is given by

$$\zeta(\lambda, \mu) = \sum_{m=0}^{\text{even}} Z_m(\lambda) P_m(\mu) \tag{21}$$

where the functions $Z_0(\lambda)$, $Z_2(\lambda)$, $Z_4(\lambda)$ and $Z_6(\lambda)$

are given by (72), (73), (70) and (71) respectively, while $P_0(\mu)$, $P_2(\mu)$, $P_4(\mu)$ and $P_6(\mu)$ are zonal harmonics. If the numerical values of the functions $Z_0(\lambda)$, $Z_2(\lambda)$, $Z_4(\lambda)$ and $Z_6(\lambda)$ are calculated, the surface contours can be computed by the formula (21). They are all given for the northern hemisphere and those in the southern hemisphere is given simply by a mirror image.

In the following computations are given the surface contours of the oceans bounded by two

meridians $\lambda=0$ and $\lambda=\lambda_1$ apart and extending from the north pole to the south pole. The resulting surface elevation above a certain definite level surface is represented by Figs. 3 and 4.

In the formula (48) etc., X_4 is the coefficient of $P_4(\mu)$ in the expansion of τ_λ in a series of zonal harmonics. Usually it is understood that $|aX_4| \doteq 1$ cm.

The first case (Table 5 and Fig. 3) refers to an ocean bounded by two meridians 60° of latitude apart. This ocean roughly corresponds to the Atlantic. The highest part in the elevation can be located in the area where the equator intersects with the western coast, being shown by $58.3aX_4$ (ca. $58.3aX_4 + a$ constant). The sea surface goes down eastward and its elevation at the east coast is $52.5aX_4$, the difference in the water heights being $58.3aX_4 - 52.5aX_4 = 5.8aX_4$ (ca. 5.8 cm). The surface of the sea also goes down in the direction NNE and attains about $25aX_4$ (ca. 25 cm) in the polar regions. The difference of water surfaces between the equatorial region of the western coast and the arctic region is $58.3aX_4 - 25aX_4 = 33.3aX_4$ (ca. 33.3 cm).

The successive contours are drawn every $5aX_4$ in solid lines. Only in the regions where the contours are extremely sparse, another group of contour lines are drawn in broken lines to which are assigned the values half way in between.

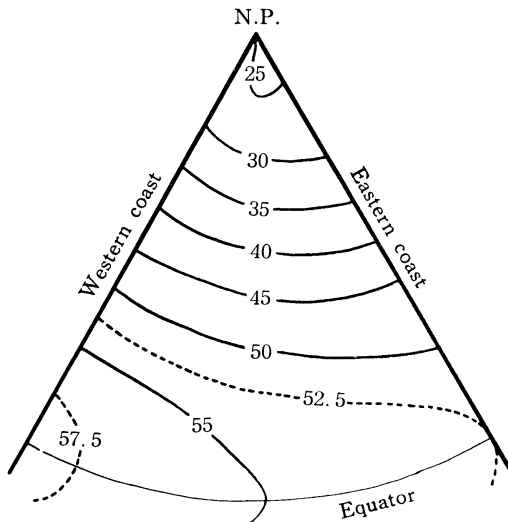


Fig. 3. Contour lines of the sea surface (narrower ocean).

(Each contour line is drawn in a unit $|aX_4|$ above a certain level surface. $|aX_4|$ is roughly = 1 cm.)

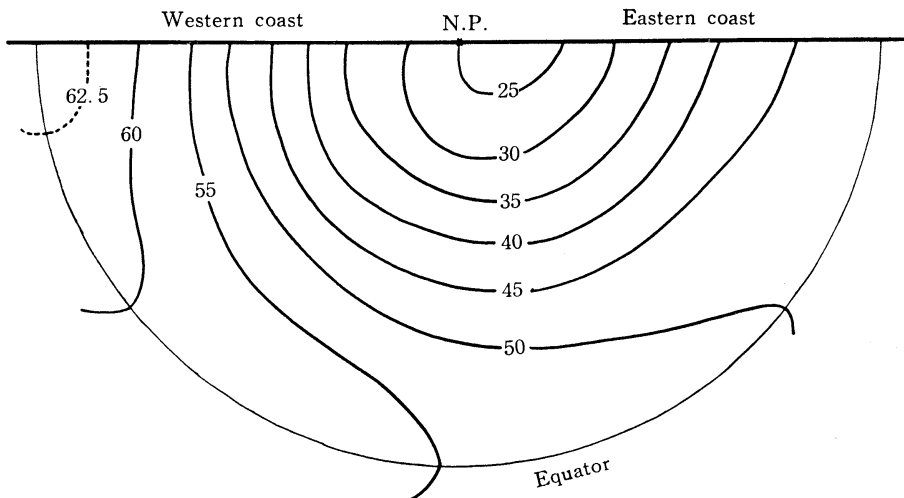


Fig. 4. Contour lines of the sea surface (wider ocean).

(Each contour line is drawn in a unit $|aX_4|$ above a certain level surface. $|aX_4|$ is roughly = 1 cm.)

Table 5. Surface contours generated by wind stresses on an ocean on a rotating globe ($\lambda_1=60^\circ$)
Surface contours are counted in a unit $|aX_4|$ above an arbitrary level surface.

	0	$\frac{\pi}{30}$	$\frac{2\pi}{30}$	$\frac{3\pi}{30}$	$\frac{4\pi}{30}$	$\frac{5\pi}{30}$	$\frac{6\pi}{30}$	$\frac{7\pi}{30}$	$\frac{8\pi}{30}$	$\frac{9\pi}{30}$	$\frac{10\pi}{30}$
90°N	26.263	25.989	25.717	25.448	25.182	24.919	24.658	24.400	24.144	23.892	23.643
80°N	27.325	27.040	26.758	26.479	26.203	25.929	25.658	25.391	25.126	24.864	24.604
70°N	30.438	30.121	29.808	29.498	29.192	28.890	28.590	28.294	28.000	27.709	27.421
60°N	35.289	34.922	34.561	34.204	33.852	33.503	33.159	32.817	32.479	32.142	31.808
50°N	41.199	40.771	40.350	39.935	39.526	39.121	38.720	38.323	37.929	37.538	37.148
40°N	47.173	46.683	46.201	45.726	45.257	44.794	44.336	43.881	43.430	42.982	42.536
30°N	52.225	51.683	51.148	50.621	50.100	49.585	49.075	48.570	48.070	47.573	47.079
20°N	55.764	55.184	54.611	54.045	53.485	52.932	52.384	51.842	51.305	50.773	50.245
10°N	57.721	57.120	56.526	55.937	55.355	54.779	54.209	53.645	53.086	52.534	51.986
0°	58.328	57.720	57.118	56.523	55.933	55.350	54.772	54.210	53.636	53.077	52.524

Table 6. Surface contours generated by wind stresses on an ocean on a rotating globe ($\lambda_1=180^\circ$)
Surface contours are counted in a unit $|aX_4|$ above an arbitrary level surface.

	0	$\frac{\pi}{18}$	$\frac{2\pi}{18}$	$\frac{3\pi}{18}$	$\frac{4\pi}{18}$	$\frac{5\pi}{18}$	$\frac{6\pi}{18}$	$\frac{7\pi}{18}$	$\frac{8\pi}{18}$	$\frac{9\pi}{18}$
90°N	28.960	28.457	27.959	27.465	26.978	26.496	26.021	25.552	25.090	24.636
80°N	30.146	29.622	29.103	28.589	28.081	27.578	27.081	26.592	26.109	25.634
70°N	33.586	33.003	32.426	31.855	31.289	30.729	30.176	29.630	29.091	28.561
60°N	38.879	38.206	37.542	36.887	36.241	35.601	34.970	34.347	33.733	33.128
50°N	45.260	44.479	43.715	42.963	42.224	41.496	40.780	40.074	39.379	38.696
40°N	51.701	50.811	49.943	49.094	48.261	47.445	46.643	45.855	45.081	44.320
30°N	57.205	56.220	55.260	54.321	53.402	52.501	51.618	50.751	49.899	49.063
20°N	61.154	60.098	59.066	58.054	57.062	56.088	55.133	54.194	53.273	52.367
10°N	63.412	62.315	61.237	60.177	59.134	58.110	57.103	56.113	55.139	54.183
0°	64.131	63.020	61.926	60.849	59.789	58.746	57.719	56.710	55.718	54.742

	$\frac{10\pi}{18}$	$\frac{11\pi}{18}$	$\frac{12\pi}{18}$	$\frac{13\pi}{18}$	$\frac{14\pi}{18}$	$\frac{15\pi}{18}$	$\frac{16\pi}{18}$	$\frac{17\pi}{18}$	$\frac{18\pi}{18}$
90°N	24.190	23.752	23.323	22.902	22.491	22.090	21.698	21.316	20.945
80°N	25.168	24.710	24.261	23.822	23.393	22.974	22.567	22.170	21.784
70°N	28.040	27.528	27.028	26.539	26.061	25.596	25.143	24.702	24.272
60°N	32.534	31.951	31.380	30.822	30.277	29.744	29.224	28.716	28.219
50°N	38.024	37.365	36.718	36.084	35.462	34.853	34.255	33.667	33.087
40°N	43.572	42.837	42.115	41.405	40.707	40.020	39.343	38.673	38.008
30°N	48.241	47.433	46.638	45.856	45.086	44.326	43.577	42.835	42.099
20°N	51.477	50.603	49.743	48.897	48.065	47.245	46.438	45.642	44.855
10°N	53.243	52.319	51.412	50.521	49.645	48.785	47.940	47.111	46.296
0°	53.783	52.842	51.917	51.009	50.117	49.243	48.385	47.545	46.721

The horizontal differences between the successive contours are not the same of course. In this case, their horizontal difference is wider in the latitudes higher than 70°N and in the tropical region. It is narrowest for $45aX_4 \sim 50aX_4$ located in the western part 43°~52°N, while it extends from 35° to 44°N near the east-

ern coast.

The second case (Table 6 and Fig. 4) represents the ocean three times as wide or ocean bounded by a complete meridian, or an ocean a little wider than the Pacific. General features of the contour lines are mostly the similar. The difference in the surface heights along the

central meridian between the poles and the equator is about $30aX_4$ (ca. 30 cm) along the western coast, about $35aX_4$ (ca. 35 cm) along the western coast and about $26aX_4$ (ca. 26 cm) along the eastern coast.

The above result shows that the sea level generated on a rotating globe by the wind stress distribution is lowest at the poles and the regions of higher latitudes. The sea surface slopes up equatorward and is highest at the equatorial region of the western coast. Along the equator the sea surface slopes down eastward, falling down steadily by $6aX_4$ (ca. 6 cm) in the narrower ocean bounded by meridians 60° apart, and by $27.4aX_4$ (ca. 27.4 cm) in the wider one bounded by a complete meridian.

These features are in an approximate coincidence with the results by STOMMEL (1964, p. 54 Chart I) and LISITZIN (1974, p. 149 Figs. 129 and 130). Actually the highest sea levels are seen to some amount displaced from the equatorial regions of the western boundary, probably because of the irregularities of the western coast lines, existence of mighty ocean currents and the asymmetric distribution of the oceanic areas close to the former.

Although the contour lines of sea surface depicted in Figs. 3 and 4 which roughly correspond to the Atlantic ($\lambda_1 = \frac{\pi}{3}$) and the Pacific Oceans ($\lambda_1 = \pi$) were drawn from the meridional distribution of wind stresses and no attention is paid on the spatial distribution of mass, the resulting contours are nearly coincident with the dynamic topography given by Henry STOMMEL in his dynamic topography of the sea surface. This suggests that these two elements are adjusted parallel each other in their distributions in the sea.

In § 3, it is stated that there is a following relation between the surface contours of uniform ocean $\bar{\zeta}(\mu, \lambda)$ and $\zeta(\mu, \lambda)$ or those expected in an ocean having density distribution $\rho(\mu, \lambda, z)$,

$$\zeta(\mu, \lambda) = \bar{\zeta}(\mu, \lambda) + \frac{1}{\rho_0 h} \int_0^h (h-z)\rho(\mu, \lambda, z) dz$$

where $\bar{\zeta}$ is the elevation of the sea surface above a level surface $z=0$. It is considered that this formula does not apply except in a steady state. However, the oceanic motion can

be considered as approximately steady. Thus it will be necessary to compute a function $\pi(\mu, \lambda)$ such that

$$\pi(\mu, \lambda) = \frac{1}{\rho_0 h} \int_0^h (h-z)\rho(\mu, \lambda, z) dz$$

in order to compute $\zeta(\mu, \lambda)$ by adding the above quantity to $\bar{\zeta}(\mu, \lambda)$.

9. Summary

An attempt was made to determine the elevation of the sea surface on a rotating globe generated by the effect of wind stresses and mass distribution. The dynamical equations were formulated, use being made of the spherical polar coordinates employed in celestial dynamics. The solution was derived by expanding various terms in independent variables such as the elevation, mass transport and wind stresses in terms of zonal harmonics $P_m(\cos \theta)$ where θ is co-latitude. Because there appear terms consisting of squares of zonal harmonics and products between zonal harmonics of different orders, a device was made to reduce these squares and products of zonal harmonics into linear expressions of zonal harmonics. Thus it was succeeded to eliminate co-latitude θ out of the dynamical equations. Then it is only necessary to solve a system of simultaneous differential equations in λ , the longitude for getting the solutions. Numerical solutions were worked out for oceans bounded by two meridians extending from the north pole to the south pole. Two cases were solved when the breadths of the oceans are 60° of longitude and 180° (complete meridian) of longitude apart respectively. The result is that the highest sea surface is always located in the region near the intersection of the equator and the western coast and decreases eastward and northward. These theoretical solutions are in an approximate coincidence with the experimental results obtained by STOMMEL, LISITZIN and others.

Acknowledgments

The author is much indebted to Mrs. Sumiko OHNO both in the numerical computations and typing. Without her assistance, the author would not be able to accomplish these tedious computations.

References

- DINKLAGE, L. E. (1888): Oberflächenströmungen in südlichen Teil der Ostsee und ihre Abhängigkeit von Winde. *Ann. der Hydr. und Maritim Meteorol.* **16**: 1.
- EKMAN, V. W. (1905): On the influence of the earth's rotation on ocean currents. *Arkiv för Matem. Astr. och Fysik*, **2**(11), 1-53.
- GOLDSBROUGH, G. R. (1933): Ocean currents produced by evaporation and precipitation. *Proc. Roy. Soc., A-Vol.* **141**, 512.
- GOLDSBROUGH, G. R. (1935): On the ocean currents produced by winds. *Roy. Soc. Proc., A-Vol.* **148**, 47.
- GULDBERG, C. M. and MOHN, H. (1817): See Felix M. EXNER. *Dynamische Meteorologie*, Wien 1925, p. 108-115.
- HIDAKA, K. (1954): Deformation of ocean surface induced by winds. *J. Oceanog. Soc. Japan*, **10**(4), 175-188.
- HIDAKA, K. (1958): Computation of the wind stresses over the oceans. *Rec. of Oceanog. Works Japan*, **4**(2), 77-123.
- HIDAKA, K. (1962): Non-linear theory of an equatorial flow, with special application to the Cromwell Current. *J. Oceanog. Soc. Japan*, 20th Anniversary Volume, 223-241.
- JEFFREYS, Sir Harold and JEFFREYS, L. (1962): *Methods of Mathematical Physics*. p. 640.
- LISITZIN, E. (1974): *Sea Level Changes*. Elsevier Scientific Publishing Company, Elsevier Oceanography Series **8**, p. 145 & 147.
- MONTGOMERY, R. B. (1969): Comments on oceanic levelling. *Deep-Sea Res.* 1969, Supplement to Vol. **16**, 147-152.
- NANSEN, F. (1902): *Oceanography of the North Polar Basin*. The Norwegian North Polar Expedition 1893-96. *Sc. Rev.* Vol. **3**, No. **9**, Christiania, p. 427.
- STOMMEL, H. (1964): Summary charts of the mean dynamic topography and current field at the surface of the ocean, and related functions of the mean wind-stress. *Studies on Oceanography dedicated to Prof. K. HIDAKA in Commemoration of His Sixtieth Birthday*, Tokyo, 53-58.
- STURGES, W. (1967): Slope of sea level along the Pacific coast of the United States. *J. Geophys. Res.*, **72**, 3627.
- STURGES, W. (1968): Sea-surface topography near the Gulf Stream. *Deep-Sea Res.*, **15**, 149.
- TAYLOR, G. I. (1915): Eddy motion in the atmosphere. *Phil. Trans. Roy. Soc., London A-Vol.* **215**, 1-26.
- WYRTKI, K. (1956): The computation of oceanic and meteorological fields of motion with friction proportional to the velocity. *Penjelidikan Laut de Indonesia (Marine Research in Indonesia)*, Institute of Marine Research Djakarta: p. 1-26.
- YOSHIDA, K., H. O. MAO and P. L. HOOVER (1953): Circulation in the upper mixed layer of the equatorial North Pacific. *J. Marine Res.*, **12**(1), 99-120.

回転する球状地球上で表面における風の応力と 海水密度の分布とに平衡する海面の形状の決定

日 高 孝 次

要旨: 球面座標を用いて, 回転球状地球面に吹く恒風と, 海水の質量分布と平衡して定常状態にある海面の形状を理論的に決定する試みである。もちろん, 水面の高さはある選ばれた水準面から測定したものと仮定する。縦渦動粘性を通常の如く仮定し, 横渦動粘性は水平速度に比例するものと仮定した。解法は Legendre の球関数による展開で, 海面の高さ ζ を仮定し, 質量輸送 M , 風の応力 τ_μ , τ_λ それに海水密度 $\rho(\mu, \lambda, z)$ が総て余緯度 θ の余弦 $\mu (= \cos \theta)$ の帯球関数 (Legendre 関数) で展開できると仮定し, これに対する微分方程式から余緯度 θ あるいはその余弦を消去し, 最後に連続方程式に質量輸送 M を代入することによって ζ を決定する方法である。その結果は過去において STOMMEL や LISITZIN が海洋観測資料から計算した実験的結果と大体一致している。

Puissance des courants marins aux environs du Japon*

Kenzo TAKANO** et M^{me} Sawa MATSUYAMA***

Résumé: Toutes les mesures par courantomètre à électrodes remorquées (GEK) effectuées entre 1953 et 1970 donnent d'une manière grossière la puissance des courants marins dans une mer environnant le Japon. La puissance dans une couche superficielle du Kuroshio est de quelques centaines de watts/m².

Alors que notre connaissance des courants marins est toujours embryonnaire, nous nous proposons simplement d'évaluer d'une manière approchée l'énergie cinétique des courants marins dans une région environnant le Japon dans le cadre d'un programme d'étude qui a pour objet d'examiner la possibilité de son utilisation. Le mode de captation, de stockage et de transport de l'énergie, la mise en place des engins, le rendement et la rentabilité sont en dehors de la présente étude.

Les données utilisées sont toutes les mesures par courantomètre à électrodes remorquées (GEK) effectuées entre 1953 et 1970 qui sont disponibles au Bureau National des données océanographiques au Service Hydrographique. Le nombre total des mesures est 78.497. Elles permettent de calculer à chaque carré de 15' large en longitude et en latitude la puissance totale W , la puissance vers l'est W_E , la puissance vers le nord W_N , l'énergie cinétique du courant moyen \bar{E} et l'énergie cinétique de la déviation du courant E' .

$$W = \frac{10^{-3}}{2} \rho \Sigma |V|^3 / N$$

$$W_E = \frac{10^{-3}}{2} \rho \Sigma |V|^2 V_E / N$$

$$W_N = \frac{10^{-3}}{2} \rho \Sigma |V|^2 V_N / N$$

$$\bar{E} = \frac{\rho}{2} \bar{V}^2, \quad \bar{V} = \Sigma V / N$$

$$E' = \frac{\rho}{2} \Sigma V'^2 / N, \quad V' = V - \bar{V}$$

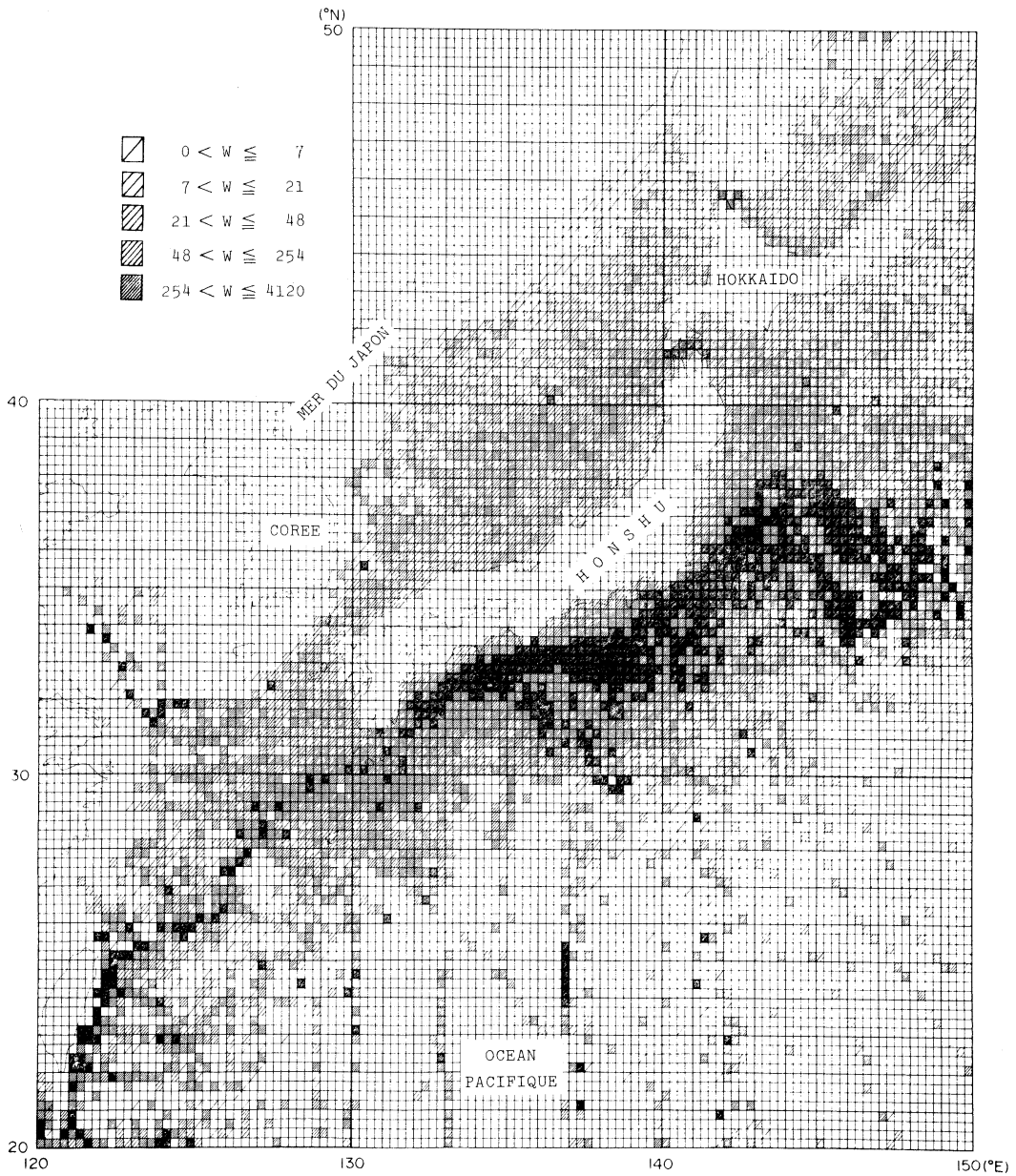
Dans les formules ci-dessus, ρ est la densité en g/cm³, V est la vitesse, V_E et V_N sont les composantes de la vitesse vers l'est et vers le nord, \bar{V} est la vitesse moyenne en temps, V' est la déviation de la vitesse, toutes exprimées en cm/s. Le nombre des mesures dans chaque carré est N . Les puissances W , W_E et W_N sont exprimées en watts/m². Les énergies \bar{E} et E' sont exprimées en erg/cm³.

Les figures 1 à 3 donnent les puissances W , W_E et W_N . La grandeur de chacune est classée en cinq sections à intervalle inégal par la hachure. Le carré non hachuré indique qu'il n'y a pas de mesures. Les bornes entre deux sections adjacentes sont choisies quelque peu arbitrairement. Le trajectoire du Kuroshio se met en relief d'une façon frappante. Sa puissance est de quelques centaines de watts/m² en majeure partie, alors qu'elle dépasse 1.000 watts/m² dans un petit nombre de carrés. Il convient de noter, à titre d'indication, que la puissance de la houle est de quelques dizaines de kilowatts/m en moyenne annuelle à l'est du Japon dans l'océan Pacifique du nord-ouest qui est une des régions réputées les plus houleuses dans l'océan mondial. Puisque ce sont les puissances par un plane vertical ayant 1 m de largeur et 1 m de profondeur que donnent les figures 1 à 3 et que la vitesse du Kuroshio ne varie probablement pas beaucoup dans une couche superficielle, la puissance du Kuroshio est à peu près équivalente à la puissance de la houle, s'il s'agit d'une

* Manuscrit reçu le 16 juin 1976

** Rikagaku Kenkyusho, Wako-shi, Saitama-ken, 351 Japon

*** Centre de Calcul à l'Université de Hôsei, Koga-nei-shi, Tokyo, 184 Japon

Fig. 1. Puissance W en watts/m²

couche superficielle du Kuroshio épaisse de quelques dizaines de mètres.

La comparaison des figures 2 et 3 suggère la direction dominante du courant. Dans la figure 2, la hachure de haut droit en bas gauche désigne W_E positive (vers l'est) et la hachure

de haut gauche en bas droit désigne W_E négative (vers l'ouest). De la même manière, la hachure de haut droit en bas gauche désigne W_N positive (vers le nord) et la hachure de haut gauche en bas droit désigne W_N négative (vers le sud) dans la figure 3.

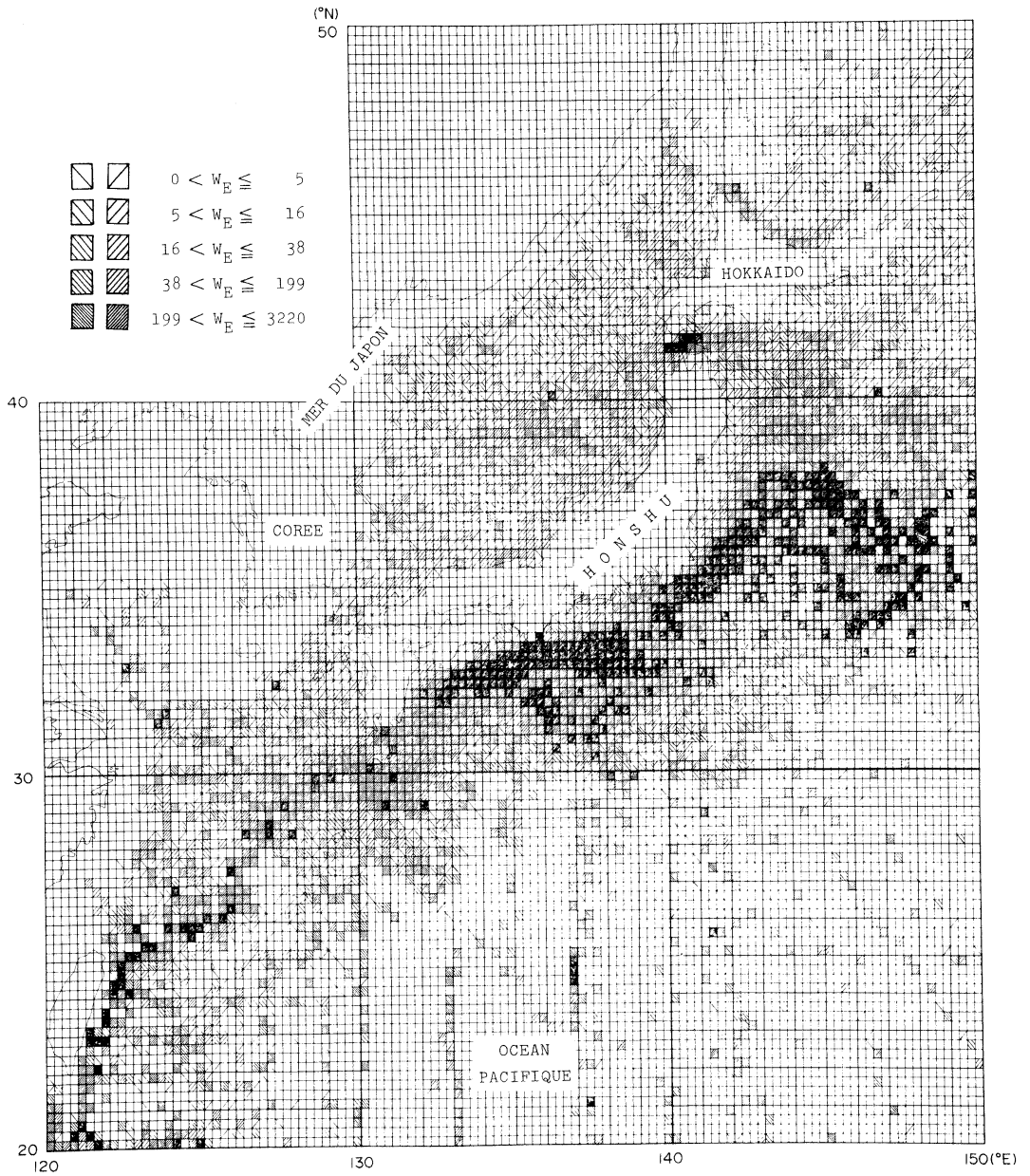


Fig. 2. Puissance W_E en watts/m²

La puissance est généralement faible sauf dans la région du Kuroshio et le détroit de Tsugaru entre Honshu et Hokkaido.

La figure 4 donne le nombre des mesures disponibles dans chaque carré qui sert d'une mesure de la confiance des puissances calculées.

Les bornes entre deux sections adjacentes sont choisies de sorte que le nombre des carrés classés dans une section soit à peu près égal à celui dans une autre section. Il y a 1.337 carrés dans la section la plus basse ($N=1$). Il y en a 1.029 dans la seconde, 851 dans la troi-

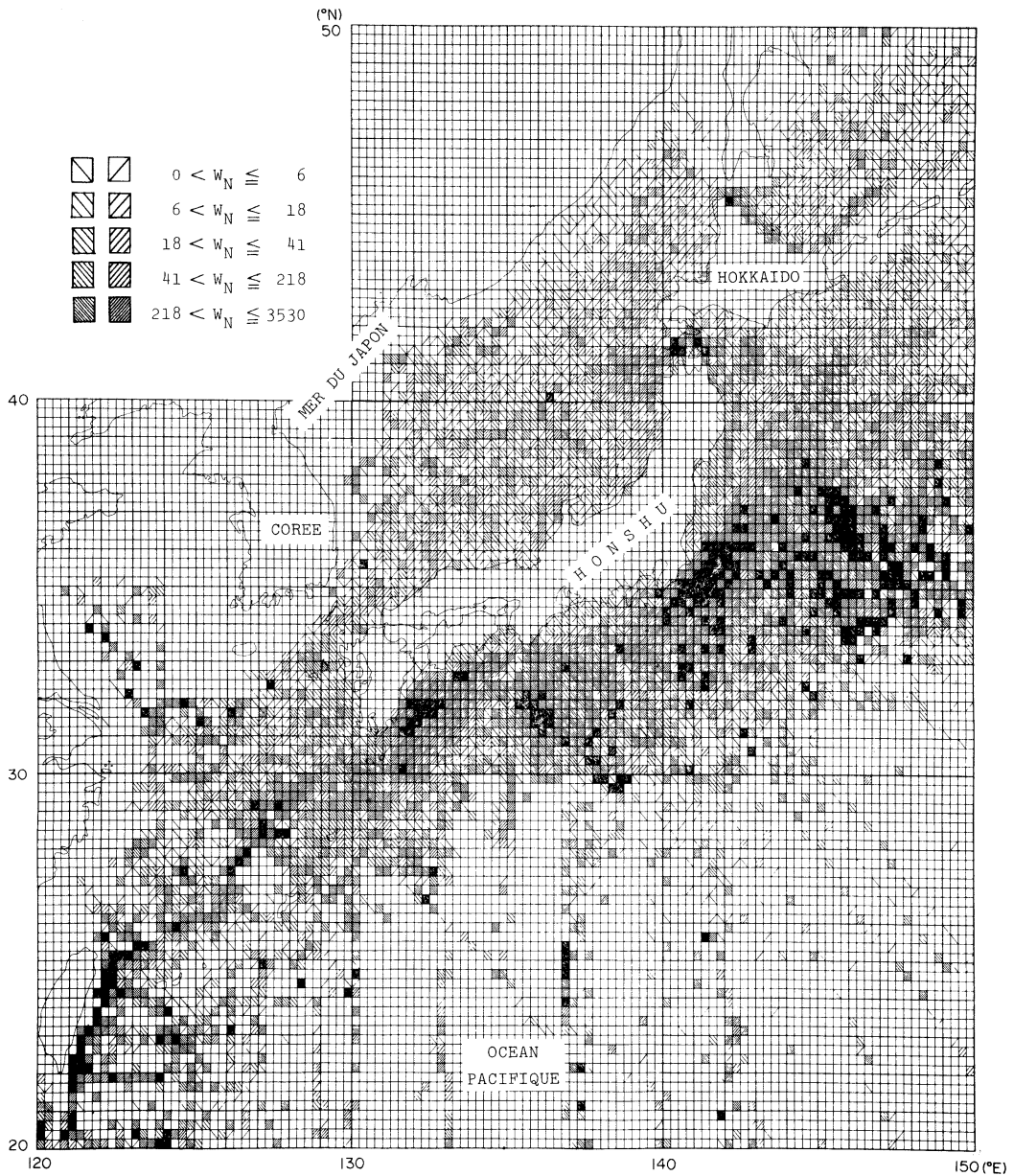
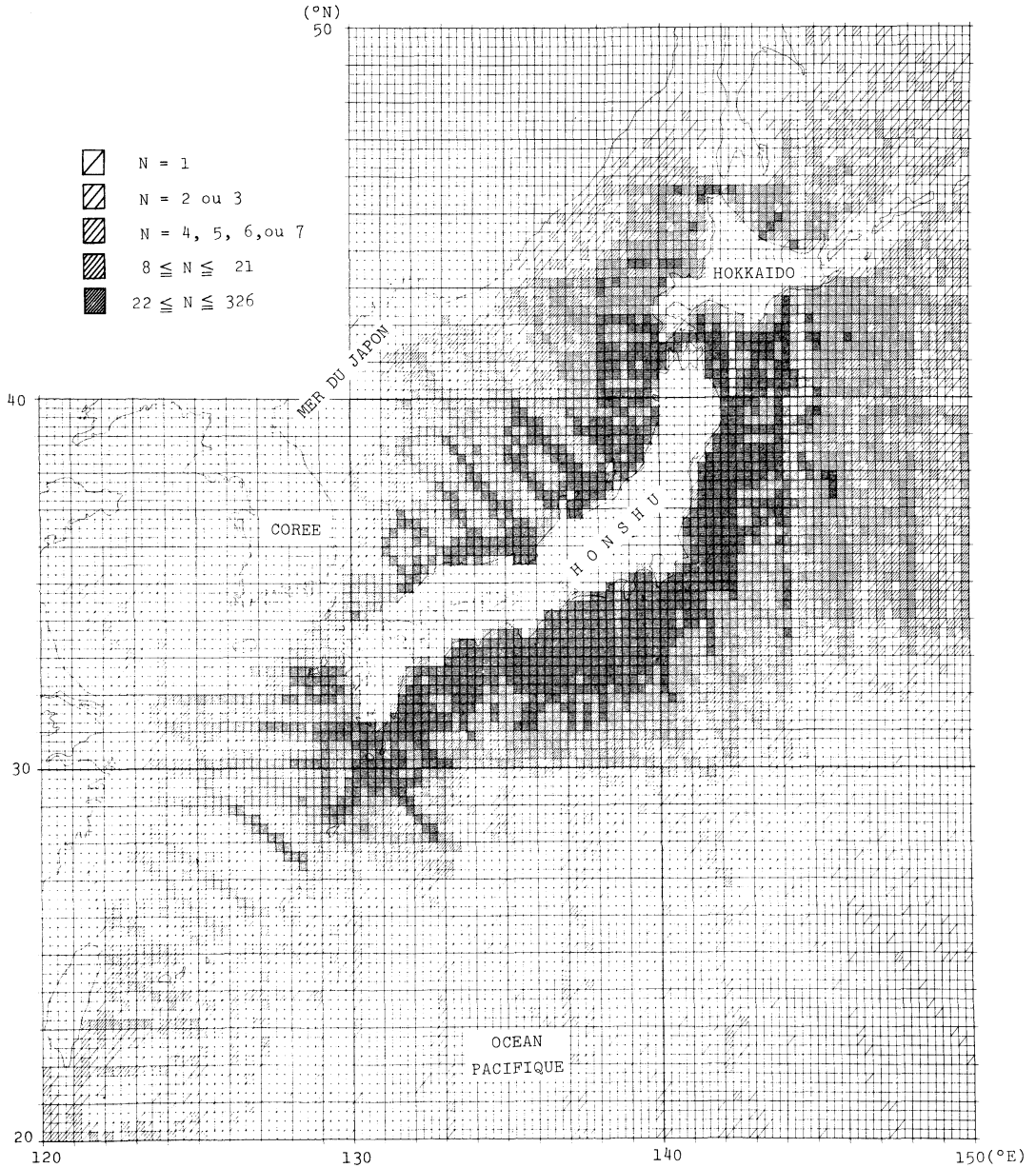


Fig. 3. Puissance W_N en watts/m²

sième, 1.065 dans la quatrième et 1.054 dans la dernière. Le total est 5.336. Le nombre moyen des mesures disponibles est donc un peu moins de 15 (= 78.497/5.336) par carré.

Les figures 5 et 6 montrent \bar{E} et E' . Les bornes entre deux sections adjacentes sont

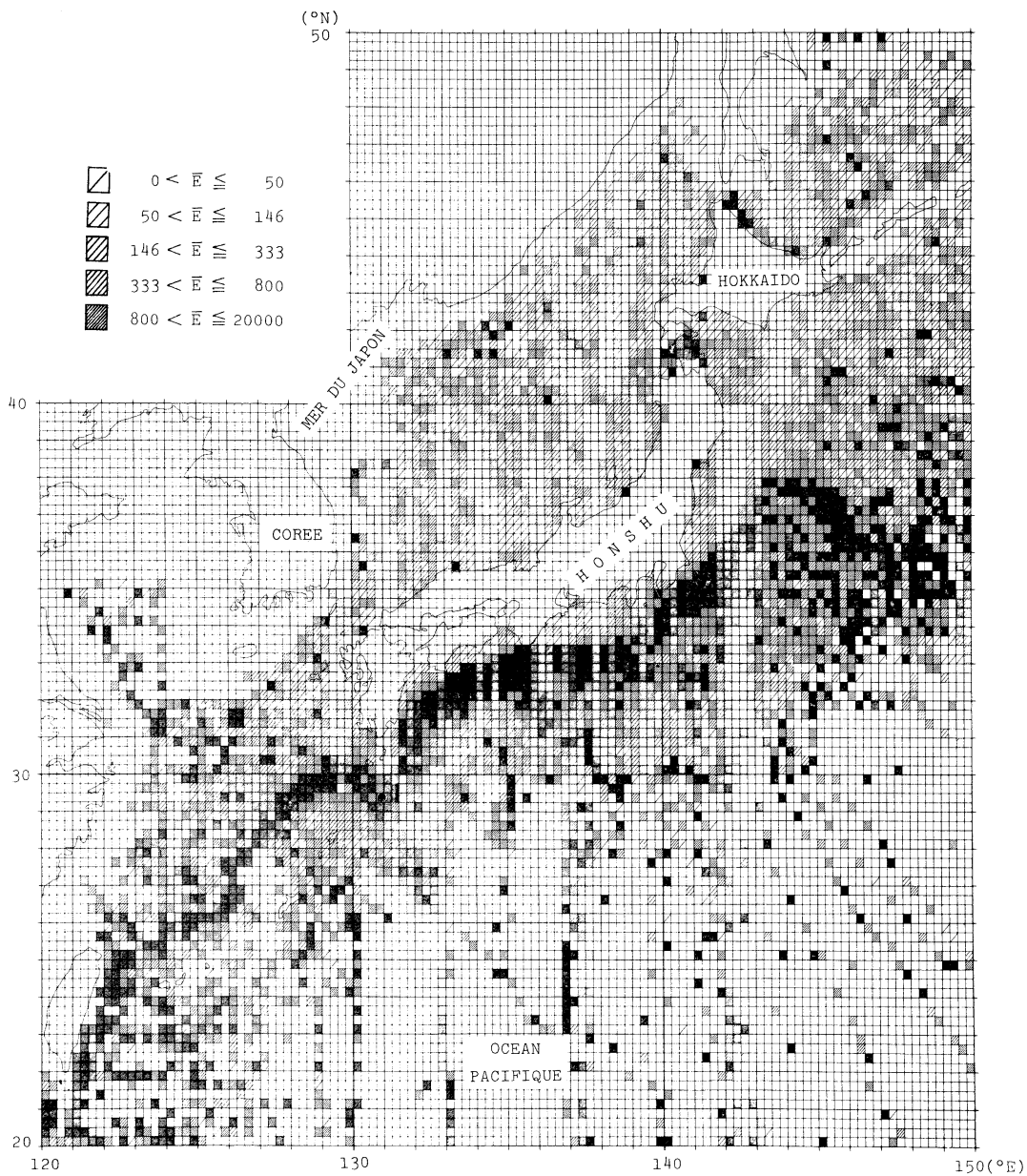
choisies de sorte que le nombre des carrés classés dans une section soit égal à celui dans une autre section. Lorsqu'il n'y a qu'une mesure dans un carré, il est haché dans la figure 5 mais non haché dans la figure 6. Tels carrés s'élèvent à 1.337 d'entre 5.336.

Fig. 4. Nombre N des mesures disponibles dans chaque carré

Par rapport à l'énergie \bar{E} , l'énergie E' est faible dans la région de l'archipel des Ryukyu, ce qui montre que le trajectoire du Kuroshio y est stable. Cependant, son importance relative à \bar{E} augmente de plus en plus vers l'est le long du Kuroshio et domine sur \bar{E} à l'est de

130°30'E. Ceci fait voir la fluctuation et le méandre du Kuroshio.

Il reste à savoir si les mesures sont suffisamment précises. La précision de la mesure par courantomètre à électrodes remorquées dépend de la variation verticale de la vitesse dont on

Fig. 5. Energie \bar{E} en erg/cm³

ne tient généralement pas compte. Elle devient médiocre si le fond est peu profond. Etant donné que la puissance est proportionnelle au cube de la vitesse, une petite erreur dans la mesure de la vitesse introduit une grande erreur dans l'évaluation de la puissance. D'ail-

leurs, les courants sont variables en temps et en espace. Les mesures ne sont toutefois pas suffisamment nombreuses pour bien saisir la variation de la vitesse.

Sous cette importante réserve, nous croyons que les figures ci-dessus n'empêchent tout de

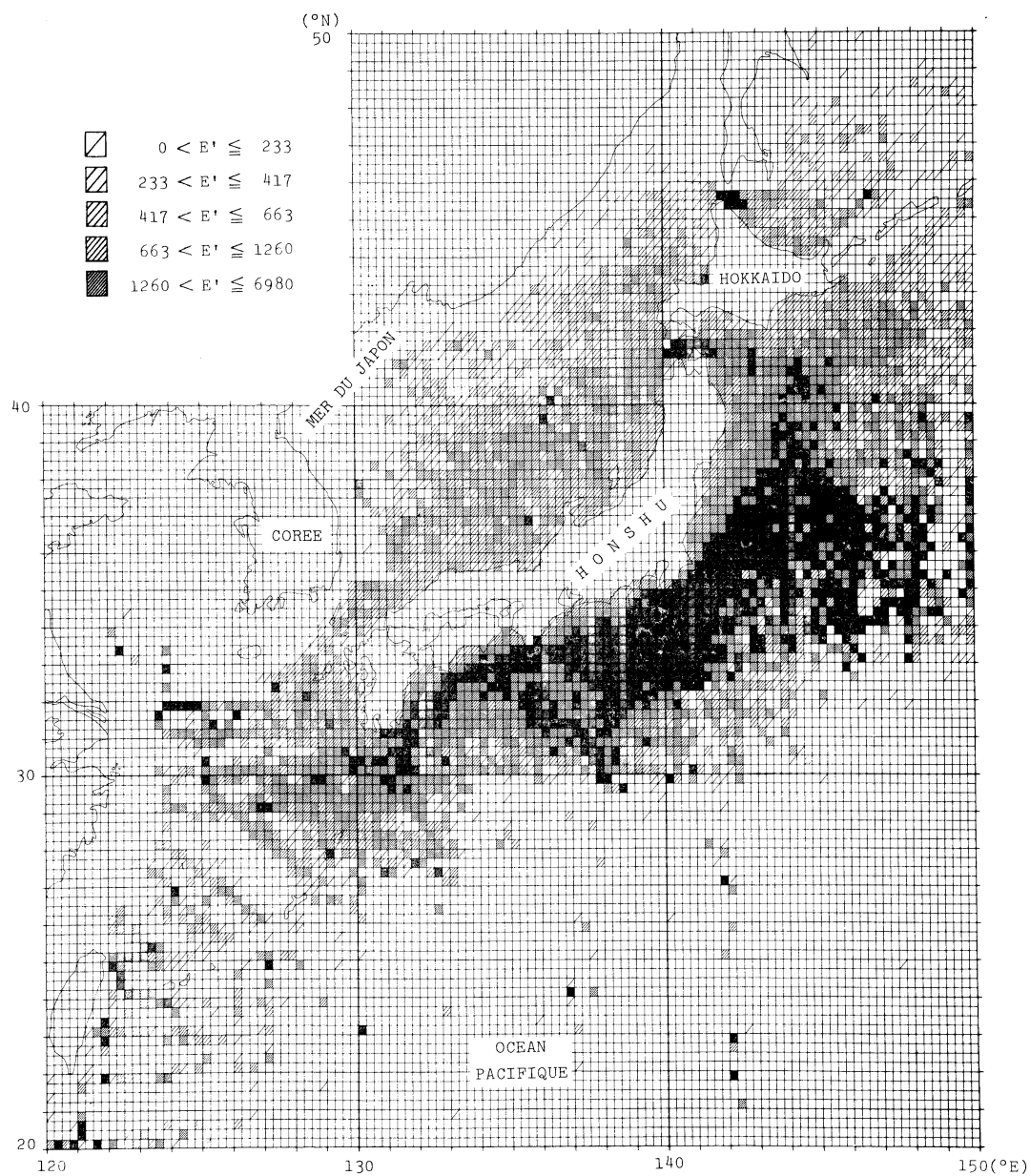


Fig. 6. Energie E' en erg/cm^3

même pas de donner une idée de la grandeur de la puissance susceptible d'être captée.

Nous remercions MM. H. NITANI et J.

OKUMOTO au Bureau National des données océanographique (JODC) d'avoir bien voulu nous faire disponible les données de GEK.

日本近海の海流の仕事率

高野 健三 松山 佐和

要旨: 海洋資料センター所蔵の GEK データの全部(1953年から1970年まで)を使って日本近海の海流の仕事率を、緯度、経度とも 15' ごとに計算した。データの精度や代表性にはいろいろな問題があるが、計算結果はおおよそのめやすにはなるだろう。黒潮流域と津軽海峡を除けば仕事率は小さい。黒潮流域では数 100 ワット/m² となる。

網糸の粘弾性に関する研究

I. 静荷重時における挙動*

谷 田 一 衛**

Studies on the Rheology of Netting Twine

I. Behaviour of Twine under Static Loading

Kazue TANIDA

Abstract: Tensile tests of netting twines were done concerning 24 kinds consisting of nylon 210D 9 to 24, cremona 20# 12 to 27, spun tetoron 20# 12 to 27 and polyethylene 280D 9 to 24, and the results observed were summarized as follows:

- 1) Though the samples of a netting twine being given the first weight show different values of elongation respectively, the elongations approach a particular value after loading several times. This fact suggests that all the samples can be normalized after a certain number of loading.
- 2) The elongation decreases with the repetition number of loading.
- 3) The terraced characteristic curve is a peculiarity of samples such as twine consisting of yarns, but not of monofilament fiber. And it seems that the terraced curve is related to Tauti's Theory on the break-down of netting twines.
- 4) It is difficult to discover the hidden terraces in the rising parts of the characteristic curve shown in Fig. 4, by the measuring system shown in Fig. 1. Consequently an apparatus with memory must be used for catching the phenomena rapidly, and the record must be played back slowly for writing on the X-Y recorder.
- 5) It is recognized that the number of terraces per unit time decreases with the time, and also the height of the terraces decreases with the repetition number of loading.

1. 序 論

網漁具の設計に当たり、特に模型実験のための漁網はもちろん、一般の漁網に関しても、より正確な設計を期待するならば、その構成要素である網糸の物性を充分知る必要のあることは論をまたない。ところが、網糸は一般に物性上の初期値は極めて大きなバラツキを持っており、網糸の粘弾性についてはその構成要素である合成繊維の均質な素線については、早くから明らかにされている

が、ストランドやトワインについては余り明らかにされていない。これは素線と違い、極めて複雑な「撚り」の問題と共に入手時の試料そのものの物性的な初期値が不均一であり、更にその後の履歴によりその値が変化することなどから起こる困難性に原因があるものと考えられる。

そこで、このような極めて不揃いな初期値をもつ物質を、一般の材料のような初期値が揃い、そして変化しない物質と同様に取り扱うことが可能なものかどうか、もし何等かの前処理をほどこすことにより、それが可能になるものならば、その粘弾性的諸定数を求めるための静荷重時の基礎資料を知り、併せて MATHEWS の説から普遍した

* 1976年6月21日受理

** 東京水産大学、東京都港区港南 4-5-7
Tokyo University of Fisheries, Konan, Minato-ku,
Tokyo, 108 Japan

網糸の切断に関する田内の説¹⁾の実験的な立証の手掛かりを求めようという目的をもって、この研究は始められた。試料として、nylon, cremona, (spun) tetoron, polyethylene の4素材の9号から27号に至る各6種類の網糸が選ばれた。

なお、本稿の御校閲を賜った北海道大学小林喜一郎教授に、また試料の提供および適切な御助言を頂いた東京水産大学本多勝司教授に厚く感謝の意を表する。

2. 装置、方法及び供試材料

1. 装置

Fig. 1 に示される SAM はその上端と下端を留め金 UCL および LCL でクリップされた長さ 55.0 cm の供試体である。本実験における静荷重は常に 4 kg 重とし、その時間に対する負荷の状

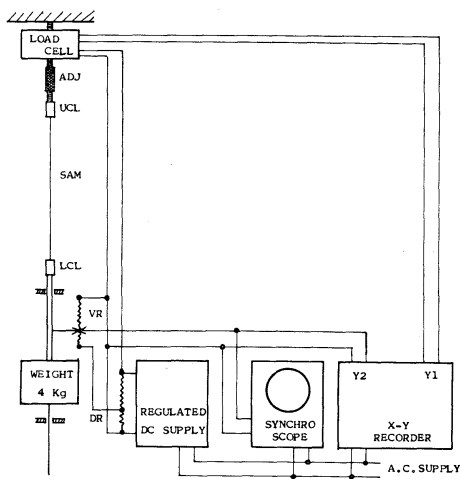


Fig. 1. Diagram of the measuring system. The electric power source side of the LOAD CELL and both ends of the variable resistance VR are each given suitable and constant voltages. ADJ shows an adjuster for electric zero setting of the variable resistance. The sample SAM 55.0 cm in length is given tensile loading of 4 kgw momentarily, and its elongation is converted into voltage by the rheostat, which is monitored by a synchroscope through out the time of loading. The synchroscope monitors as well the voltage information being fed to the Y2 axis of the X-Y recorder. The information of tensile loading is converted into voltage by the LOAD CELL and fed to the Y1 axis of the X-Y recorder.

態は歪計電橋 LOAD CELL により X-Y レコーダーの Y1 軸へ導かれ記録される。また、試料の伸びは可変抵抗器 VR の可動片の変位に比例する電圧としてシンクロスコープおよび X-Y レコーダーの Y2 軸に入力される。また、可変抵抗器の製作に当たっては可変域の増大と共に機械的抵抗の軽減に努めたが、なお除去しきれなかった力学的抵抗に対する補償としての補助錘りが必要であった。

更に、UCL および LCL における試料の固定はチャックを用いず、試料の太さに応じて UCL および LCL に開けられた細い穴を通し、試料の両先端に作られた結び目をベークライト製のワッシャーを介して留める方法をとった。Fig. 2 に装置の写真を示す。

2. 方法

最も困難で且つ注意を要したのは、荷重の方法と試料の長さを所定のそれは合わせることであった。Fig. 3 は polyethylene 380D 21 の長さが規定値 55.0 cm よりも短い一つの試料に続けて (1), (2), …… (5) と順次 5 回の引張負荷による履歴を

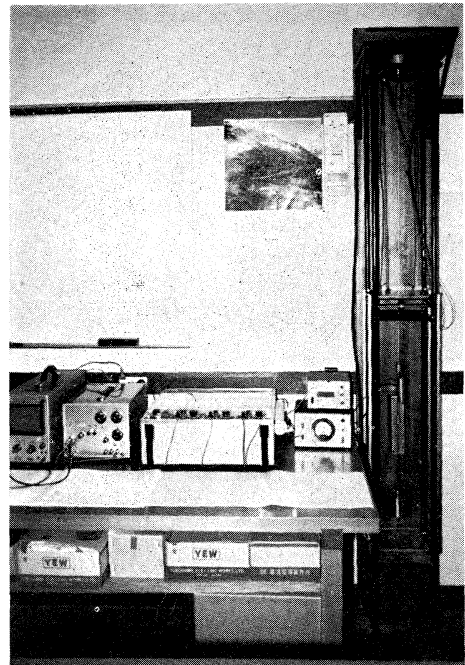


Fig. 2. Photograph of the measuring apparatus.

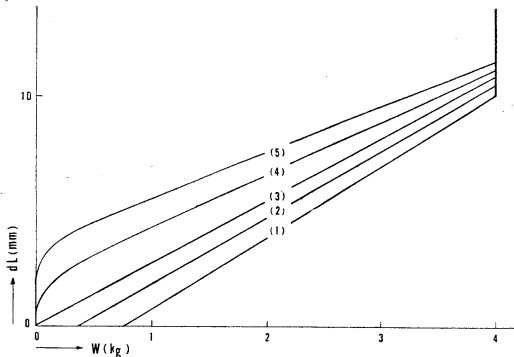


Fig. 3. Relation between 5 times instantaneous tensile loading of 4 kgw for a sample of polyethylene 380D 21 and its respective elongation (dL). (1): the sample less than 55.0 cm in length being given the 1st loading, (2): the sample being given the 2nd loading, and it became exactly 55.0 cm, (3): the desirable condition for the 3rd loading, and the length became more than 55.0 cm, (4), (5): the 4th and 5th loadings, respectively. In the cases of (1), (2), (4) and (5), forces are impulsive, while in the case of (3) desirable.

与えたときの状態を示したものである。すなわち、(1)は規定値よりも短い試料に外力が働いた場合で、初期の間は荷重が加わっているにもかかわらず伸びが伴っていない。(2)は更に同じ試料に再び引張荷重を与えたもので、その結果、以上2回の荷重のための伸びにより試料の長さが正しく規定値となり、(3)はその状態で3回目の荷重を与えた様子を示している。また、(4)は(3)の荷重の結果、試料が更に伸び、規定値を超えた状態で荷重が与えられたため、原点では荷重がないにもかかわらず伸びを示し、続いて上方に凸の曲線を経て直線状の荷重直線を示しており、(5)は同様に5回目の荷重を与えた場合で(4)と同様の状態を示している。

次に荷重の与え方は、クリープ現象の介入を避けるため、できる限り最大荷重になるまでの時間が短時間である必要がある。同時に一方では実験が同一試料に対する繰り返し荷重でもあるため、最大荷重の時点で錘りが上下運動を行うような撃力的な荷重は好ましくない。もし、このような荷重の時は履歴の条件が一様でなくなることで、記

録の上でレコーダーのペンの踊りのために正確な測定が不可能であることから、荷重には上述の2点について細心の注意を要した。なお、荷重が最大荷重 4 kg 重に達するまでの時間は 0.1~0.2 秒である。

以上のことから、試料の長さや荷重の与え方が正常な場合だけを対象のデータとした。

3. 供試材料

次の4素材各6種類の試料で1種につき5データずつを得た。

nylon	210D	9, 12, 15, 18, 21, 24
cremona	20#	12, 15, 18, 21, 24, 27
(spun) tetoron	20#	12, 15, 18, 21, 24, 27
polyethylene	380D	9, 12, 15, 18, 21, 24

3. 結果

実験の結果、前述のとおり120個のデータが得られたが、短時間(荷重終了後約20秒)の挙動で定性的に各素材各種類に共通な点は時間に対する伸びの様子である。代表例として各素材の18号を選び Table 1 と Fig. 4 に示した。表と図中の(1), (2), …, (5)はそれぞれ1回目, 2回目, …, 5回目の荷重の状態を表わしたものである。

Table 1 では各種類共に履歴を経るごとにその伸びが減少すると共に、その前回との差がだんだん小さくなり、それぞれある特定な数値に漸近する様子がうかがえる。この現象は他の20種類100例についても同様であった。また Fig. 4 は時間に対する各履歴の伸びを示したものである。(6)~(8)については(5)に近接し、また相互の差が極めて小さいので割愛したが、各履歴に対する変化の様子とその傾向は(1)~(5)までで充分うかがい知ることができる。

これらの図で最も特徴的なことは、いずれも滑らかな曲線ではなく、階段状の部分を含む点である。この現象は24種類のすべてについて共通であり、従来から引張試験によく使われているシヨッパー型やアムスラー型のような慣性の大きい試験装置では繊細な現象の把握が不可能なことで、ペンが現象の変化に充分追従できないことなどのために、見掛け上滑らかな連続曲線として描かれて

Table 1. Relation between the repetition number (n) and the elongation (dL).
The value of the elongation dL in cm for the 1st (1), 2nd (2), 3rd (3), ..., 8th (8) repetition instantaneous tensile loading of 4kgw. The sample is cut to 55.0 cm in length before each loading. The elongation approaches a particular asymptotic value, and the difference between (n) and (n+1) decreases with the repetition number of loading.

n	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
Nylon (18)	4.98	3.81	3.44	3.22	3.15	3.10	3.07	3.06
Cremona (18)	4.26	3.04	2.34	1.88	1.57	1.52	1.50	1.51
(Spun) Tetoron (18)	6.40	3.80	3.32	3.08	2.94	2.86	2.82	2.78
Polyethylene (18)	2.38	1.83	1.56	1.41	1.37	1.32	1.31	1.30

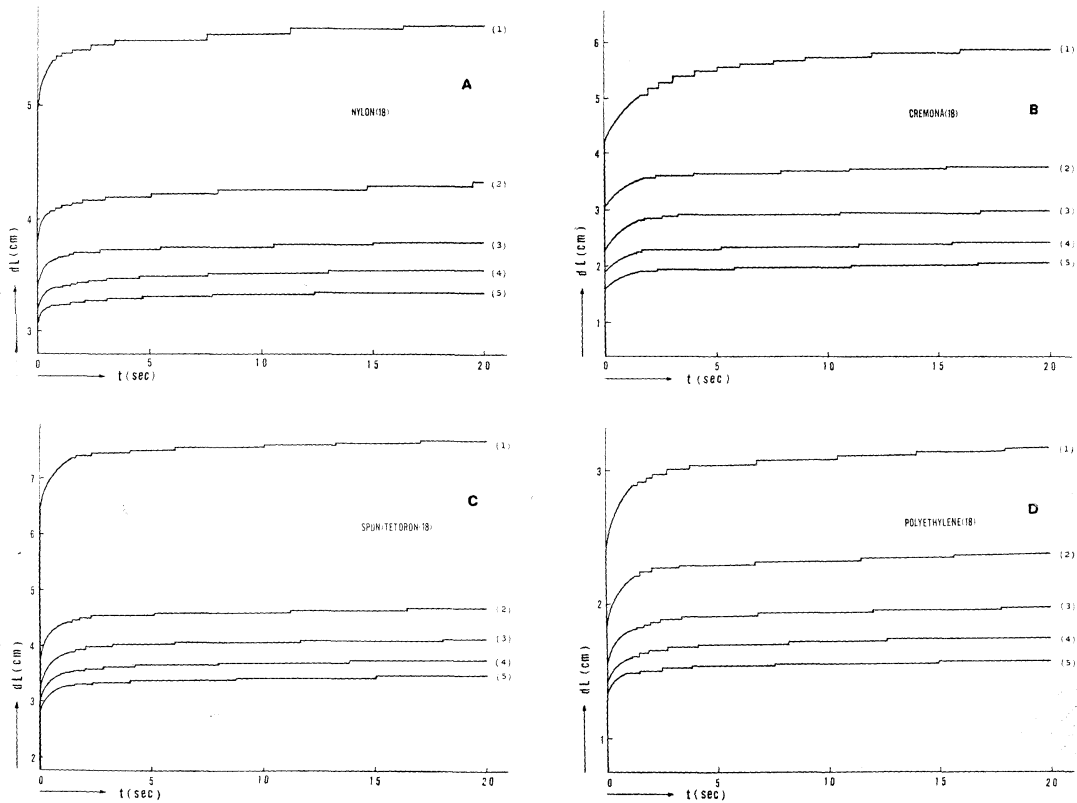


Fig. 4. Relation between loading time for netting twine ($L=55.0$ cm in length) and its elongation (dL).

These characteristic curves are traces by the X-Y recorder from the same samples as in Table 1. (6), (7) and (8) of the said table are excluded for explicitness on these figures. What is remarkable is the presence of a terraced curve and not a smooth one. As can be deduced from the graph, the number of terraces as well as the elongation values decrease with the repetition number of loading. The apparent smoothness of the rising part of the characteristic curve is considered to be caused by the difficulty of pen-moving. It is considered that some terraces would be hidden in the rising part.

A: nylon (18), B: cremona (18), C: (spun) tetoron (18), D: polyethylene (18)

いた²⁾³⁾ものと考えられる。またこの段差は約50時間経過しても、わずかではあるが認められた。

4. 考察

1. 伸び率の収束性

試料として入手時の網糸の特性上のバラツキは

極めて大きく、従ってそのまま試験や実験を行うとき、その結果も当然大な変動率をもつこととなり、信頼度の有意性の点から好ましくない。しかし、Table 1 によると試料の伸びがどの種類も履歴を加えることにより、その前回の履歴における数値との差がますます小さくなり、それぞれある一定の値に漸近することを示している。そこで、もし同一種類の多数について同様な現象が認められ、それぞれの種類に対応する同一の漸近値に近付くものならば、これが信頼度の高い伸び率の代表値となり得るのではないかと考えられる。すなわち、あらかじめ適当な負荷履歴を与えることにより試料の「整一化」が行われるものとみることができる。

2. 階段的曲線

Fig. 4 の示す階段状の曲線群は試料の時間的な伸びが、その階段部分で飛躍することを示しており、このような現象は素線では全く見られない。これた単糸ヤーン、スパンヤーン、ストランド、トワインの構成からなる網系の特徴であると考えることができる。また、立ち上り直後の曲線部分についても時間に対する伸びの割合が減少すると共に段差状の曲線が現われることから、これらの曲線部分についてもレコーダーの記録ペンがその現象の変化に充分追従できないための見掛け上のものではないかと推定された。このことはメモリーとタイムコンバーターとの使用によりその様子が確認されている⁴⁾。

また、時間の経過と共に単位時間当たりの段差の数の減少すること、更に負荷履歴を経るごとに段差の高さも減少することが見受けられる。これらは網系の構成要素相互間の静的摩擦抵抗が張力によって破られ、次の平衡位置まで瞬間的にズレるための現象と考えられ、単位時間当たりの段差数の減少は時間と共に力学的に安定な状態に移移するので、段差の生ずる機会が減少することを示唆する。また、段差の高さの減少は負荷履歴が増し、時間経過につれてズレの距離の自由度が減少することを示すものと考えられる。

これらの諸現象は網系の構成を併せ考えると、網系の破断に関する田内の説に深い関係があ

るように思われる。すなわち、引張荷重を増すとき伸びに対応してそれに垂直な方向の縮みを生じ、これが構成要素相互間の側圧の増加となり、静的摩擦抵抗も当然増大する。こうして、構成要素の切断以前に張力が摩擦抵抗に打ち勝って大きなズレによる段差を生じ、このような現象を幾回か繰り返したのち、更に進んでいわゆる網系の破断となると考えてよい。また、引張の負荷を受けた網系はその最小構成単位である単糸ヤーンまたはスパンヤーンの伸びに加えて、負荷の初期では構成要素、すなわちヤーン相互間やストランド相互間のズレに伴う見掛け上の伸びの方が、撚りによる伸び⁵⁾や構成要素そのものの伸びなどを併せ考慮してもはるかに大きく支配するため、ヤング率では素線のそれより常に小さく出ること充分理解される⁶⁾。

以上に述べた20個の記録を概観すると、クリープの影響が相当大きいので、加重の時間と立ち上り部分の計測はできるだけ速やかに把握する必要があると言えよう。また、記録ペンのレスポンスの点からも見掛け上の立ち上り部分が忠実にその弾性部分に対応しているかどうかの疑問が生ずるので、現象をとらえることと、可視的に記録することとを時間的に分けて処理する必要がある。なお、メモリーシステムを導入した測定に関しては後日報告する予定である。

5. 要 約

nylon, cremona, (spun) tetoron, polyethylene の9号から27号に至る24種類の網系に対し、静荷重の引張試験を行い次のような知見を得た。

1) 特性上の初期値が極めてバラツキの大きい試料も、それぞれ適当な負荷履歴を与えると、その伸び率がそれぞれ特有の漸近値に近づく。これは負荷履歴による試料の整一化を示唆するものである。

2) 負荷履歴と共に伸び率は減少する。

3) 階段状の特性曲線を得たが、これは一般に素線には見られないもので、撚り糸のような構成をもつ物質特有のものである。この現象は網系の破断に関する田内の説と深い関連性があるように

思われる。

4) Fig. 1 のような計測システムでは Fig. 4 に示された特性曲線の立ち上り直後の曲線部分に潜在すると思われる段差の発見は困難であり、記憶装置等の使用により現象の把握をより早く、その再生表示はより遅くする必要があった。

5) 時間の経過と共に単位時間当たりの段差数の減少が、また、負荷履歴と共に段差の高さの減少が認められた。

文 献

- 1) 田内森三郎 (1929): 網糸ノ研究Ⅳ, 撚リト抗張力トノ関係. 水講研報, **25**, 31-41.
- 2) 深沢文雄, 増崎謙二 (1953): 網糸の研究(Ⅲ), 合成繊維の性質について(2). 農水講研報, **3**(2), 45-50.
- 3) 増崎謙二, 深沢文雄 (1953): 網糸の研究(Ⅲ), 糸の機械的性質に就いて(2). 農水講研報, **3**(2), 51-60.
- 4) 谷田一衛 (1974): 網糸の粘弾性に関する研究[Ⅰ], 静荷重時における挙動(B). 日本水産学会春季大会講演要旨, p. 101.
- 5) 田内森三郎 (1927): 網糸ノ研究, Ⅱ, 網糸ノ荷重ト伸ビトノ関係. 水講試報, **23**(3), 120-130.
- 6) 理科年表 (1976): 弾性に関する定数. 丸善, 物24.

外力の作用による線型エッジ波*

中 村 重 久**

A Linear Edge Wave Excited by an External Action

Shigehisa NAKAMURA

Abstract: Following a previous study on linear edge waves in terms of Bessel function or confluent P function, the present study is concerned with linear edge waves excited by an external forcing with special emphasis on the resonant mechanism. The amplification of the waves is governed by the wave numbers of both free and forced waves. In addition, the effect of the bottom topography near the coast is discussed by means of an asymptotic differential equation.

1. 緒 言

直線状の海岸線が半無限海に面している場合のエッジ波について、これまでに、Bessel 関数あるいは合流型 P 関数を解とする場合について検討した(中村, 1976)¹⁾。ここでは、外力の作用のもとにおけるエッジ波について検討し、外力によるエッジ波の波高増大を共振に対応するものとして考えうることを示す。特に、海岸線のごく近傍での問題については漸近的微分方程式によって、沖向きの波高分布の特徴を明らかにした。この結果は、著者の水槽実験の結果の特徴(NAKAMURA, 1975)²⁾によく対応するようである。

2. 基礎方程式

直線状の海岸線が、半無限海に面している場合を考える。海面を xy 平面とし、海岸線に沿って y 軸、海岸線に直角沖向きに x 軸、そして、 z 軸を鉛直上向きにとる。擾乱による海面の変位は微小であり、 ζ であらわされるものとする。このとき、外力の作用する場での線型エッジ波に関する

基礎式として、次式を考える³⁾。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} - fv &= -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\partial P_a}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial t} + fu &= -g \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{\partial P_a}{\partial y} \\ \frac{\partial \zeta}{\partial t} &= -(\zeta + h) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここに、 u および v は流速の x および y 成分、 h は水深、 g は重力の加速度であり、 f はコリオリの効果に関するもので、 $f=2\Omega \sin \varphi$ である。 Ω は地球自転の角速度、 φ は着目する水域の緯度である。ただし、ここでは、重力以外の外力の作用の効果を

$$P_a = P_a(x, y, t) \quad (2)$$

とポテンシャル型であらわすことにした。もし、 $P_a=0$ であれば、(1)の解としては、重力ポテンシャルのみの作用による波に関するものが得られることになる。さらに、簡単のため、流速を水深方向に積分したものを考え、 $\zeta \ll h$ を考慮して

$$U = uh, \quad V = vh \quad (3)$$

と書くことにし、(3)を用いて(1)を書き換えると、次のようになる。すなわち、

* 1976年6月25日受理

** 京都大学防災研究所, 宇治市五ヶ庄
Disaster Prevention Research Institute, Kyoto
University, Gokasho, Uji, Kyoto, 611 Japan

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} &= fV = -gh \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial x} \\ \frac{\partial V}{\partial t} + fU &= -gh \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{\partial F}{\partial y} \\ \frac{\partial \zeta}{\partial t} &= -\left[\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} \right] \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ただし,

$$F = P_a h \quad (5)$$

さらに, ここで, (4) の解が次のような形で得られるものとする。

$$\left. \begin{aligned} U &= X(x) \exp [i(ky + \sigma t)] \\ V &= Y(x) \exp [i(ky + \sigma t)] \\ \zeta &= Z(x) \exp [i(ky + \sigma t)] \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

外力に関しても差し当たって

$$F = \phi(x, y, t) \exp [i(ky + \sigma t)] \quad (7)$$

と書けるものとする。このとき, (6) および (7) の関係を用いて, (4) を書き換えると,

$$\left. \begin{aligned} i\sigma X - fY + ghZ' &= \phi_x \\ fX + i\sigma Y + ghikZ &= \phi_y \\ X' + ikY + i\sigma Z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

ここで, $\phi_x = 0, \phi_y = 0$ ならば, 前報(中村, 1976)の基礎式と(8)とは同じものとなる。(8) から

$$X = \frac{1}{f^2 - \sigma^2} [(i\sigma\phi_x + f\phi_y) - igh(\sigma Z' + kfZ)] \quad (9)$$

$$Y = \frac{1}{f^2 - \sigma^2} [f(i\sigma\phi_y - f\phi_x) + gh(\sigma kZ + fZ')] \quad (10)$$

3. 水深が一定の場合

水深が一定の場合には, (9) および (10) によって, (8) の第3式は

$$\begin{aligned} Z'' - \left[k^2 + \frac{(f^2 - \sigma^2)}{gh} \right] Z + \frac{1}{i\sigma gh} \\ \times [i\sigma\phi_{xx} + f\phi_{xy} - \sigma kf\phi_y - ikf^2\phi_x] = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

特に, 水深一定の場合で, 外力の作用を考えない場合については GROEN and GROVES (1962)³⁾ がまとめて紹介している。

$$Z'' - \left[k^2 + \frac{(f^2 - \sigma^2)}{gh} \right] Z = 0 \quad (12)$$

に対する解は

$$Z_1 = Z_0 \exp(\pm k'x) \quad (13)$$

である。ただし,

$$k'^2 = k^2 + \frac{(f^2 - \sigma^2)}{gh} \quad (14)$$

従って, (13) を考慮すると, (11) の解は一般に

$$Z = Z_1 \int Z_1^{-2} [Z_1 \cdot Z_3 dx + C_1] dx + C_2 Z_1 \quad (15)$$

ここに,

$$Z_3 = \frac{1}{gh} [i\sigma\phi_{xx} + f\phi_{xy} - \sigma kf\phi_y - ikf^2\phi_x] \quad (16)$$

(14) で与えられる k' が実数で正値をあらわすものとするれば, (13) のうち, $x \rightarrow \infty$ の条件に対して $Z_1 \rightarrow 0$ なる傾向を示すものは

$$Z_1 = Z_0 \exp(-k'x) \quad (17)$$

である。さらに, これを (15) に代入した場合, 同じ条件に対して同じ傾向を示す解を考える。(15) の C_2 は任意定数で与えられた境界条件を満すように決定される。また, (15) の右辺の積分で $C_1 = 0$ でなくては解はここで考える傾向を示さない。このとき

$$\begin{aligned} Z &= C_2 Z_0 \exp(-k'x) \\ &+ e^{-k'x} \int e^{2k'x} [e^{-k'x} Z_3 dx] dx \end{aligned} \quad (18)$$

ところで, Z_3 は (16) で与えられ, ϕ は (7) のように書けるものとしたが, 他方, Z は (6) によって x のみの関数と考えた。論理性を考慮すると, (18) がなお意味をもつためには ϕ は x のみの関数でなくてはならない。その場合, $x \rightarrow \infty$ に対して (18) の $Z \rightarrow 0$ が成り立つためには,

$$\begin{aligned} k'' < k' \text{ なる関係を満す } k'' \text{ を用いるとき,} \\ \int e^{2k'x} [\int e^{-k'x} Z_3 dx] dx \\ = \int e^{2k'x} \left[\int e^{-k'x} \cdot \frac{1}{gh} [i\sigma\phi_{xx} - ikf^2\phi_x] dx \right] dx \\ \sim A' \exp(k''x) \end{aligned} \quad (19)$$

でなくてはならない。換言すれば、外力の作用のもとでも (18) の解が存在するためには (7) は完全な変数分離型に書けなくてはならない。しかも、その場合、(19) の条件を満たしていれば、 $Z \rightarrow 0$ が $x \rightarrow \infty$ で成り立つことになり、エッジ波の特徴をもった波が自由波としてではなく、外力の作用によっても形成されることがわかる。

特に、水槽実験のような場合には、コリオリの効果は無視できるものと考えられるので ($f \ll 1$)、(16) は

$$Z_3 = \frac{i\sigma}{gh} \phi_{xx} \quad (20)$$

と簡単になる。いま、

$$\phi = \phi_1 e^{\kappa x} + \phi_2 e^{-\kappa x} ; (\kappa \geq 0) \quad (21)$$

と書けるものとする

$$\phi_{xx} = \kappa^2 \phi \quad (22)$$

である。(18) の Z について、 $x \rightarrow \infty$ のとき $Z \rightarrow 0$ となるためには $\phi_1 = 0$ でなくてはならない。このとき、(18) は

$$Z = C_2 Z_0 \exp(-k'x) + \frac{i\sigma \kappa^2 \phi_2}{gh(\kappa^2 - k'^2)} \exp(-\kappa x) \quad (23)$$

となる。従って、自由波としてのエッジ波が小さく、 C_2 の値が小さくても、外力 ϕ_2 の作用によるエッジ波の存在は可能であり、しかも、その振幅は外力の波数 κ と自由波数 k' との相互関係で定まることになる。前報 (中村, 1976) では自由波のみを考えたために、それと水槽実験との対応づけにかなりの無理があった。しかし、ここに得られた (23) は、自由波 k' の可能な海底地形の場に、造波装置によって発生した強制波 κ が与えられた場合、 $\kappa \rightarrow k'$ のとき、エッジ波の波高は異常に大きくなることを示しており、これは、著者の水槽実験の結果を力学的にさらに適切に説明できることを示唆している。

4. 水深分布が $h = ax^n$ なる場合

ここでは、海岸線から沖へ向かって水深分布が

$$h = ax^n ; (a, n \text{ は正定数}) \quad (24)$$

となる場合、 n の効果がエッジ波の波高分布にどのようにあらわれるかを検討する。 $n=1$ の場合は、単純な平面的な海浜の例であり、この場合についての研究は、STOKES (1846)⁴⁾ をはじめとして多くの例がある。URSELL (1952)⁵⁾ の研究では自由波と強制波との区別がはっきりしていないようである。外力の作用を取り入れた研究としては、例えば、GREENSPAN (1956)⁶⁾、REID (1958)⁷⁾、KAJIURA (1958)⁸⁾、GUZA and DAVIS (1974)⁹⁾、GUZA and BOWEN (1975)¹⁰⁾ などをおこなうことができるであろう。それでは、海岸線付近の海底地形が上に凸な場合と凹な場合とで、エッジ波の沖向きの波高分布はどのような差異があるのでしょうか。この種の問題についてはまだ検討された例はないようである。

前節までと同様な座標系を考え、同様な処理をするとき、一般に $h = h(x)$ の場合、

$$Z'' + \frac{h'}{h} Z' - \left[\frac{(f^2 - \sigma^2)}{gh} + k^2 - \frac{h'kf}{h\sigma} \right] Z - \frac{1}{gh} \left[\phi_{xx} + \frac{kf^2}{\sigma} \phi_x \right] = 0 \quad (25)$$

もし、特に (24) のような場合を考える場合には

$$\frac{h'}{h} = \frac{n}{x} \quad (26)$$

と書き換えることができる。さらに、水槽実験などの小規模な現象を考える場合については、 $f \rightarrow 0$ とみて差し支えないから、(25) はやや簡単になって、

$$Z'' + \frac{n}{x} Z' - \left[-\frac{\sigma^2}{gax^n} + k^2 \right] Z - \frac{1}{gh} \left[\phi_{xx} + \frac{kf^2}{\sigma} \phi_x \right] = 0 \quad (27)$$

この (27) の特徴をとらえるために、 $x \rightarrow 0$ の場合と $x \rightarrow \infty$ の場合とを考える。

まず、 $x \rightarrow \infty$ の場合、(27) は近似的に

$$Z'' - k^2 Z - \frac{1}{gh} \left[\phi_{xx} + \frac{kf^2}{\sigma} \phi_x \right] = 0 \quad (28)$$

となり、ほぼ水深一定の場合の (11) と同じ式となる。

また、 $x \rightarrow 0$ の場合には (27) は近似的に

$$\frac{n}{x} Z' + \frac{\sigma^2}{gax^n} Z = 0 \quad (29)$$

あるいは

$$Z' = \frac{\sigma^2}{ngax^{n-1}} Z \quad (30)$$

となる。(30) の解は

$$z = C \exp \left[-\frac{\sigma^2}{(2-n)ngx} x^{2-n} \right] \quad (31)$$

で与えられる。

(31) をみると、特に、 $n=2$ の場合には、(30) より、解として $\ln(z_0/z_0) = (\sigma^2/2ga) \ln x$ を得る。

また、(31) より、 $n=1$ の場合、波高は $C \exp [-(\sigma^2/ag)x]$ と指数関数的に分布する。一般に、波高は二重指数関数的な分布を示し、 n および a は x に対する z の変化の割合を特徴づけていると言える。エッジ波の沖向きの波高分布を考える上に、海底地形の凹凸を決定する n および a の値は重要である。

5. 海岸線での水深の効果

海岸線から沖へ向けての水深分布が

$$h = ax^n + b \quad (32)$$

で与えられる場合には、

$$\frac{h'}{h} = \frac{anx^{n-1}}{ax^n + b} \quad (33)$$

である。ここで、 $x \rightarrow 0$ の場合を考えることにすると、

$$\frac{h'}{h} \rightarrow \frac{an}{b} x^{n-1} \quad (34)$$

と考えてよいであろう。さらに、 $f \rightarrow 0$ の場合には、(25) は次のようになる。

$$Z'' + \frac{an}{b} x^{n-1} \cdot Z' + \left[\frac{\sigma^2}{gb} + \frac{an}{b} x^{n-1} \cdot \frac{kf}{\sigma} \right] Z - \frac{1}{gh} \phi_{xx} = 0 \quad (35)$$

あるいは、(34) よりも強い極限を考えることにすると、(34) のかわりに ($n > 1$)

$$\frac{h'}{h} \rightarrow 0 \quad (35)$$

をとることになる。(35) を考慮すると、(25) は

$$Z'' + \left(\frac{\sigma^2}{gb} \right) Z - \frac{1}{gh} \phi_{xx} = 0 \quad (36)$$

となり、水深一定の場合の (11) と同様に考えればよいことになる。

6. 考察と結言

これまで得られた結果をまとめてみると、次のようになる。半無限海に面した直線状海岸の付近でみられるエッジ波について検討した。沖合における同じ程度の波高が海岸でもみられるようにするには、水深は $h = ax^2$ とればよい。一般に $h = ax^n$ の場合、エッジ波の海岸線から沖向きの波高分布の特徴は a と n とで与えられる。例えば、 $n=1$ の場合については従来多数の研究があり、海岸線では沖合よりも大きな波高がみられることはよく知られている。また、 $h = ax^n + b$ の場合、特に $x \rightarrow 0$ の条件のもとでは、 b の効果が顕著となり、漸近的にみれば、水深一定 ($h=b$) の場合を検討すれば十分であるということになる。

水深一定の場合、外力の作用のもとで、海岸線から沖合へと波高が減少するようなエッジ波を考えると、自由波の波数 k' と外力による強制波の κ 波数との関数としてエッジ波の波高が定まることになる。ここでは海底摩擦は考えなかったので、 $k' \rightarrow \kappa$ のとき波高は増大し、 $k' = \kappa$ のとき波高は計算上無限大となる。これは、外力によるエッジ波の共振現象とみることができであろう。著者の水槽実験の例 (1975) も、この種の共振と考えると力学的に理解しやすい。ただ、ここで注意すべきことは、ここで展開した理論は線型であり、著者の水槽実験の例には非線型的な現象も含まれていたことである。

参考文献

- 1) 中村重久 (1976): 線型解としてみたエッジ波, う

- み, 14(1), 1-6.
- 2) NAKAMURA, S. (1975): Nonlinear lateral oscillation in a harbour model, Proc. Symposium on Modeling Techniques, ASCE, Calif., 2, 836-853.
 - 3) GROEN, P. and G.W. GROVES (1962): Surges, Chapter 17, *In* The Sea, 1, (ed.) M.N. HILL, Intersci. Pub., N.Y., 611-646.
 - 4) LAMB, H. (1932): Hydrodynamics. 6th ed., Cambridge Univ. Press, 738 pp.
 - 5) URSELL, F. (1952): Edge waves on a sloping beach, Proc. Roy. Soc., London, A214, 79-97.
 - 6) GREENSPAN, H.P. (1956): The generation of edge waves by moving pressure distributions, J. Fluid Mech., 1, Pt. 6, 574-592.
 - 7) REID, R. O. (1958): Effect of Coriolis force on edge waves (1), investigation of the normal modes, J. Marine Res., 16(2), 109-144.
 - 8) KAJIURA, K. (1958): Effect of Coriolis force on edge waves (2), specific examples of free and forced waves, J. Marine Res., 16(2), 145-157.
 - 9) GUZA, R. T. and R. E. DAVIS (1974): Excitation of edge waves by waves incident on a beach, J. Geophys. Res., 79(9), 1285-1291.
 - 10) GUZA, R. T. and A. J. BOWEN (1975): The resonant instabilities of long waves obliquely incident on a beach, J. Geophys. Res., 80(33), 4529-4534.

Falling Speed of an Instrument Array in Launching Process for Mooring*

Keisuke TAIRA**, Shiro IMAWAKI*** and Toshihiko TERAMOTO**

Abstract: By use of a velocimeter based on the Doppler Shift of sonic wave frequency, the falling speed of an array in launching was measured. The rising speed of the array after the release of weight for recovery was also estimated from the measurement of time needed for appearance of a submerged marker buoy on the sea surface. The comparison of the falling and rising speeds measured with those calculated on a numerical model based on the empirical formula for drag forces acting on the array shows that behaviours of the array in falling and rising processes are simulated by the model.

Long-term measurements of current speed have been a strong request which can be satisfied at present except for an especially intense current region. A few pioneering groups have already succeeded in acquiring a necessary technique and have published know-hows they attained (BERTEAUX and WALDEN, 1969; BERTEAUX and CHHABRA, 1973). They preferably carry out a launching by following the so-called "Buoy first, anchor last" procedure (cf. BERTEAUX and WALDEN, 1969). Behaviours of an array in launching, however, have not been revealed fully as well as behaviours of a moored array.

We made a measurement of falling speed of an array in launching with a sonic velocimeter. A transmitter of the velocimeter was attached to the array, and from a Doppler frequency shift of sonic waves sent from the transmitter the falling speed was estimated. The measurement was carried out from the R.V. Tanseimaru on May 14, 1976 at a location (34°59.4'N, 139°11.3'E; water depth 440 m) off Ito on the east coast of the Izu Peninsula. In Fig. 1, the used array is illustrated chematically. The upper portion of the array from a radio buoy

at a top to NO. 1 P.B. (plastic buoy) was designed to remain at the sea surface even after a weight reached the bottom and a mooring was completed. This portion was provided for recovery as a back-up system. The lower portion from NO. 2 P.B. to the weight included a signal buoy, a lump of P.B., and an acoustic release (AMF Model 255). This portion was about 300 m in length and was to be submerged

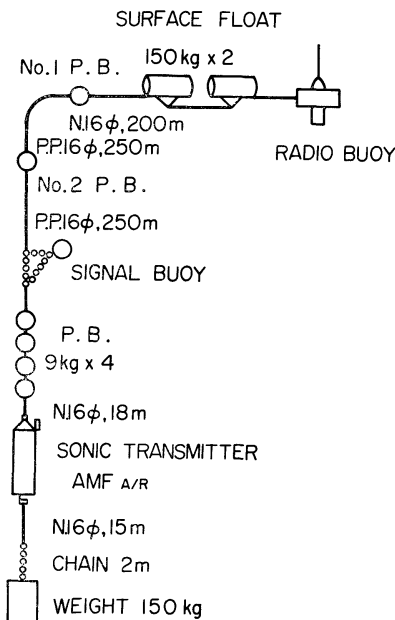


Fig. 1. An instrument array used in the experiment.

* Received September 7, 1976

** Ocean Research Institute, University of Tokyo
 Minamidai, Nakano-ku, Tokyo, 164 Japan

*** Geophysical Institute, Faculty of Science, Kyoto
 University, Kitashirakawa-Oiwakecho, Sakyo-ku,
 Kyoto, 606 Japan

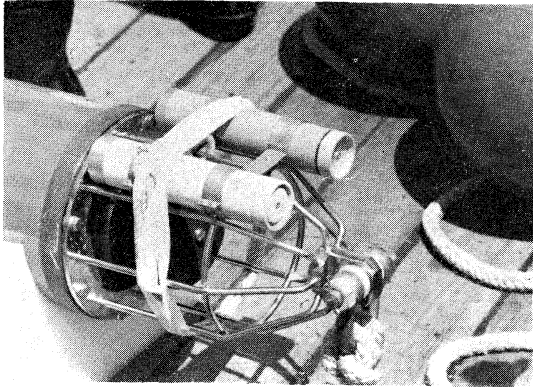


Fig. 2. A sonic transmitter attached to an acoustic release.

in moored condition. The signal buoy was an assembly of radio and light beacons (ST-206 and SF-500, OAR) and of a glass sphere of 42.5 cm in diameter, which gave sufficient buoyancy to the assembly. This assembly was helpful to finding the array floating on the sea surface for recovery. The sonic transmitter of velocimeter was of cylindrical shape, 20 cm in length and 4.3 cm in diameter, and was attached to the acoustic release as well as a power supply to the transmitter (see Fig. 2).

For measuring the falling speed of the array, a hydrophone was lowered from the ship's stern to the depth of several meters to receive sonic signals sent from the transmitter. The received signals were recorded on a magnetic tape on board. On playing back the tape, the Doppler shift of the received signal frequency from 50 KHz, which was the frequency of signal originally sent from the transmitter, was detected to estimate the moving speed of the transmitter relative to that of the hydrophone. In Fig. 3, an estimated speed is plotted against the time elapsed after the weight of the array was thrown down into the sea from the ship. On taking into consideration that horizontal motions of the ship and array were negligibly small in the experiment, the array is thought to have been falling almost due below the ship until the weight reached the bottom. Thus, the estimated speed is considered to represent the falling speed without a serious error. The speed curve shows that the falling speed increases almost linearly with time during the

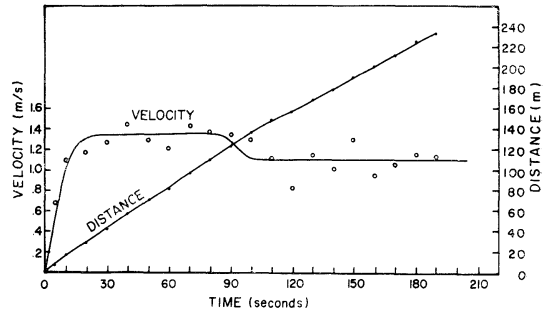


Fig. 3. The falling speed of transmitter measured against time and the estimated distance between the transmitter and the ship.

first 10 seconds and that the speed is kept nearly constant at about 1.35 m/s during the following 80 seconds. Then, the speed diminished slightly, and in the next stage from 120 to 190 seconds from the initial time, the speed is kept at about 1.1 m/s. After 190 seconds passed, sonic signals from the transmitter ceased. The depth of the transmitter at that time is estimated to be about 240 m, where the water proof of the battery case seems to have been lost.

For the purpose of interpreting the results of measurements, a numerical estimation of the falling speed was made from the balance of forces acting on the array. In the estimation, a drag force of moving body was assumed to be $(1/2)\rho C_{DT}V^2S$, where ρ is the water density, C_{DT} the coefficient of tangential drag (0.9 for a cylinder, 0.125 for a sphere and 0.007 for rope), S the surface area of the body and V the speed of water flow. The numerical estimation was made for the following two cases, in which the falling speeds were constant. Behaviours of the array in these cases were suspected from the measured falling speed and from the observed situations of a portion remaining at the sea surface.

Case I: About 30 seconds have passed since the weight was thrown and it reaches the depth a little greater than 40 m. The signal buoy has already submerged. The upper portion of the array from NO. 2 P.B. to Radio buoy, however, is still floating freely without being pulled by the falling portion because of the ropes at the sea surface having been hung slack yet. The falling speed in this case was

estimated to be 1.2 m/s.

Case II: About 150 seconds have passed since the throw of the weight and it reaches the depth of 200 m. The lowest portion of the array from the weight to the signal buoy is falling vertically. The rope connecting the signal buoy with NO. 2 P.B. is, however, stretched obliquely at its upper portion, because the floating portion of the array have drifted a little. Thus, the NO. 2 P.B. has already submerged to a shallow depth. But, the portion of the array from NO. 1 P.B. to Radio buoy is floating freely yet. The falling speed in this case was estimated to be 1.1 m/s.

Considering from the agreement of the measured falling speed with the calculated, case I and II seem to roughly simulate behaviours of the array in the stages from 10 to 90 seconds and from 120 to 190 seconds, respectively.

Besides, an estimation of a rising speed of the array was carried out by measuring the time elapsed until NO. 2 P.B. appeared at the sea surface since the weight was released. The necessary time was 3 minutes and 20 seconds. The NO. 2 P.B. was thought to be moored at a depth of 144 m, so the rising speed was estimated to be 0.7 m/s. The computation of the rising speed of the array in case II but weight having been released gave 0.8 m/s, which was

in agreement with observed.

The results of experiment indicate that falling and rising behaviours can be simulated by use of empirical formula for drag forces acting on an array.

Acknowledgements

The experiment was carried out in KT-76-6 Cruise of the Tanseimaru. The authors are much indebted to Mr. M. Oyama and other staffs of Matsushita Electric Industrial Corporation for making available the velocimeter and for operating it on board.

This work was partly supported by the Ministry of Education, Special Project Research "FUNDAMENTAL RESEARCH FOR THE RESERVATION OF MARINE ENVIRONMENT" Project Nos. 012008 and 111304.

References

- BERTEAUX, H.O. and R.G. WALDEN (1969): Analysis and experimental evaluation of single point moored buoy systems. Tech. Rep. NO. 69-36, Woods Hole Oceanogr. Inst. (Unpublished Manuscript.)
- BERTEAUX, H.O. and N.K. CHHABRA (1973): Computer programs for the static analysis of single point moored surface and subsurface buoy systems. Tech. Rep. NO. 73-22, Woods Hole Oceanogr. Inst. (Unpublished Manuscript.)

係留系の設置回収時の沈降・浮上速度

平 啓介 今脇資郎 寺本俊彦

要旨: 外洋における流向・流速・水温などの長期計測は, 系全体を水面下におく係留系を用いて行われる。係留系の設置は上層部のブイ部を先に船からおろして, 最後に下部のおもりを投入して行なう。回収は音響指令式の切離装置を用いて, おもりを切り離して系全体を浮上させて行なう。安全な設置と確実な回収のために, 設置時の沈降速度および回収時の浮上速度を制御することが必要である。

淡青丸研究航海 (KT-76-6) において, 実験係留系の沈降・浮上速度を超音波のドップラー効果を利用した速度計などを用いて測定し, 系におよぼす流れの接線応力と浮力とのつりあいの関係から求めた計算値と比較した。両者は 10% 以下の精度で一致し, 任意の係留系について, 沈降・浮上速度が予測できることがわかった。

Temporal Variation of Suspended Matter near the Sea Bottom in Hiro Bay.*

Kichiichiro KAWANA** and Terumi TANIMOTO**

Abstract: Measurements of the temporal variation of the vertical distribution of suspended matter concentration near the sea bottom and the water movement were carried out in Hiro bay of the Seto Inland Sea. Observation of measured data indicates a momentary burst of water movement and a sudden change in the vertical distribution of suspended matter concentration due to reentrainment of bed-lain particles. We analyze the temporal variation of the vertical distribution of reentrained particles with use of vertical eddy diffusivity of the steady state.

1. Introduction

Many measurements of the suspended matter have been reported with use of a gravimetric or an optical method. EWING and THORNDIKE (1965) observed a turbid layer near the ocean floor by an in-situ photographic nephelometer. From these data, ICHIYE (1966) estimated vertical distribution of the eddy diffusivity. PLANK *et al.* (1974) obtained 15-hour time series data of light-scattering of sea water and suspended matter concentration in Astoria Canyon and examined the effect of the unsteadiness term of suspended matter concentration on calculation of the coefficient of eddy diffusivity. In the coastal area, TAKEMATSU *et al.* (1971) measured the suspended matter concentration off the coast of Tokai Mura and showed that it was closely correlated with patterns of flow and water mass diffusion. FUKUDA (1974) has suggested that the vertical distribution of suspended matter concentration in the coastal area can be classified into three types. The first type is such that the suspended matter consists of the same particle as bed-lain particle and, therefore, the concentration decreases monotonously with height from the bottom. The second type is due to land-originated particles whose concentration de-

creases with increasing depth. The third type is due to dissolved matter and very fine particles which are distributed homogeneously with depth. KAJIHARA (1974) measured temporal variation of vertical distribution of reentrained particles and, also water movement near the bottom.

We report herein measurement of temporal variation of the vertical distribution of suspended matter concentration near the bottom and the water movement in Hiro bay of the Seto Inland Sea. Our attention is focused on the close proximity of the sea bottom, where we find an evidence of intermittent current stirring up bed-lain particles into suspension.

2. Method

In order to discuss the temporal variation and fine structure of reentrained particles, it is essential to measure the suspended matter concentration at fixed layer above the bottom. The water sampler, shown in Figure 1, in this study is specially designed for that purpose. It is placed at the sea bottom and one liter of water in each layer of 5, 10, 15, 30 and 50 cm above the bottom is pumped up into containers aboard a boat on the surface. Water was collected every half or one hour during a half day period at station in the Hiro bay which is shown in Figure 2. The suspended matter concentration is then gravimetrically analyzed after filtration through 0.45 μ m Millipore filter. Concurrently current velocity at 50 cm above

* Received September 15, 1976

** Government Industrial Research Institute, Chugoku, Hiro-machi, Kure, Hiroshima, 737-01 Japan.

the bottom was continuously recorded by a Savonius-type current meter (Tsurumiseiki: TS-MTCM type).

We must know the settling velocity of the particle in order to estimate the eddy diffusivity from vertical distribution of suspended matter concentration. KAJIHARA (1971) measured the

settling velocity of large suspended particles, formed in turbid water due to re-coagulation, making use of a settling tower in the laboratory. He showed that the settling velocity of particle in the sea water did not follow the Stokes' law because of change of apparent density of the particle. We measured the settling velocity of the suspended particle in the sea water following the same procedure as KAJIHARA.

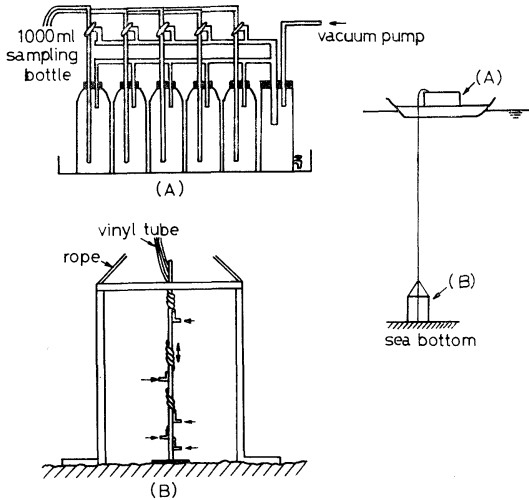


Fig. 1. Water sampler near the sea bottom.

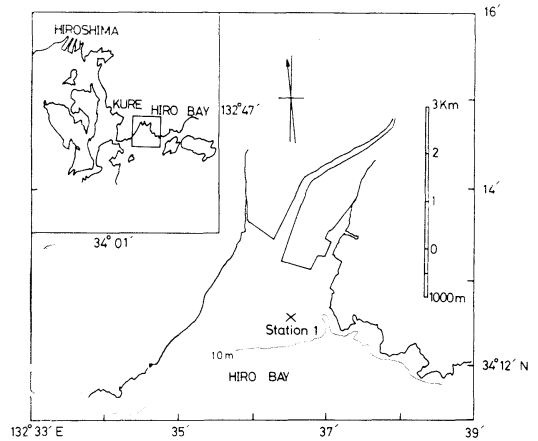


Fig. 2. Sampling station.

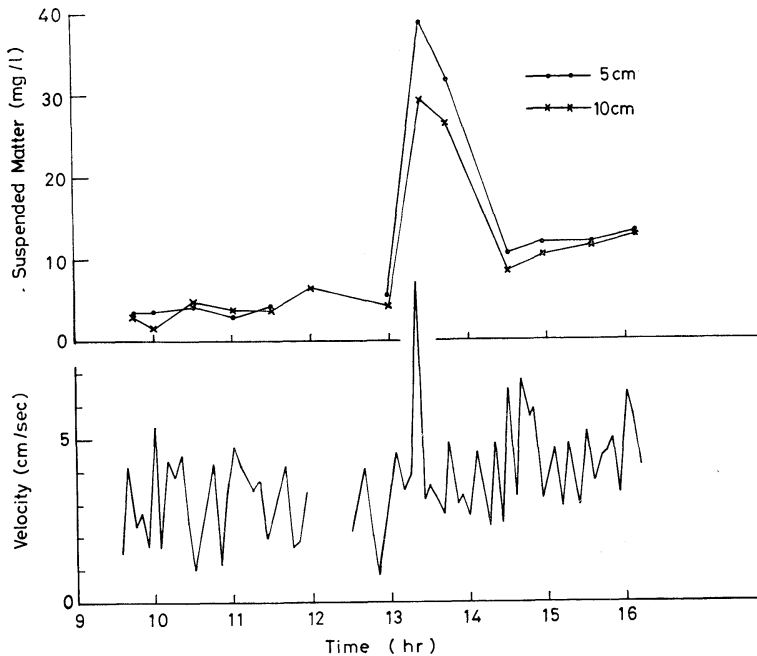


Fig. 3. Temporal variation of suspended matter concentration at 5 and 10 cm above the sea bottom and the water movement at 50 cm above.

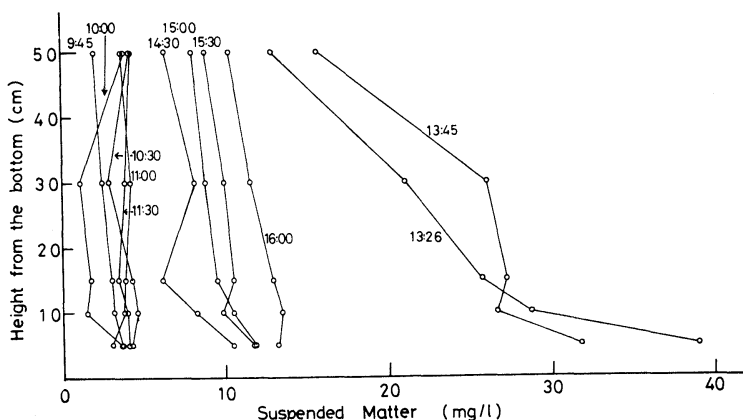


Fig. 4. Vertical distributions of suspended matter concentration near the sea bottom.

3. Result

Water sample was collected on January 13, 1976. Water depth is about 8 m and the particle size of the sediment is distributed approximately according to the log-normal size distribution in the range of silt size. Temporal variations of suspended matter concentration at 5 and 10 cm above the bottom and current velocity at 50 cm above are shown in Figure 3. Current velocity data are shown as 5-minute averages. Large fluctuation is observed with current velocity. On the whole, however, the record is separated into three parts. The first part is from 09:30 to 13:00 when average velocity is about 3 cm/sec. The second part is started by a sudden burst observed at 13:20. The third part is from 14:00 to 16:00 when average velocity is between 4 to 5 cm/sec. The suspended matter concentration at 5 cm above the bottom is about 4 mg/l in the first part of the record. The concentration immediately following the velocity anomaly jumps to 40 mg/l, gradually decreasing to 10 mg/l after one hour.

The vertical distributions of the suspended matter concentration at each observed time are shown in Figure 4. Vertical distribution during the first part remains essentially unchanged; the condition that can be described as steady. In the second part of the record, the sudden burst of water movement evidently entrains bed-lain particles up into suspension.

The settling velocity of the suspended particle in the sea water was measured with use of

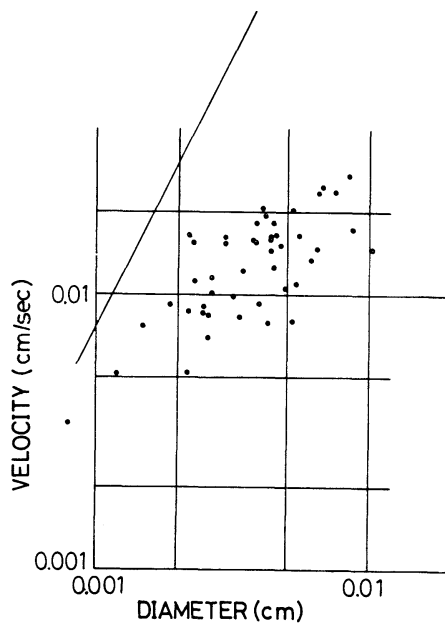


Fig. 5. Relationship between the settling velocity and the particle diameter. Solid line is calculated from Stoke's law with the particle density=2.57.

a settling tower in the laboratory. The settling particles in the tower were recorded photographically with a specific time interval. From these photographs, each of particle area was computed and was converted into a diameter of sphere particle with the same area. The relation between the settling velocity in the sea water (salinity: 32.02‰, temperature: 16.9°C, density: 1.02327) and the particle diameter is

shown in Figure 5. It is shown that the settling velocity increases almost linearly with the particle diameter, although with a considerable scattering. The settling velocity of spherical particle in the region of Reynolds number being approximately smaller than 1 is given as Stokes' law. The mean density of bed-lain particles at the observation station was measured with a pycnometer as 2.57. If the suspended particles has same density as bed-lain particles, the experimental result dose not satisfy the Stokes' law. This may be caused by change of apparent density of suspended particle which may be entrain water in itself. The apparent density of suspended particles may be obtained from the Stokes' law, as shown in Table 1, from the knowledge of the settling velocity and diameter of a particle. Table 1 shows that the apparent density of suspended particles is close to the density of sea water. The suspended particle near the bottom is considered to be porous containing sea water with in its pore. The porosity P of suspended particles is obtained as follows.

$$P = \frac{\rho_s - \rho_c}{\rho_s - \rho}$$

Where ρ_s and ρ_c are the pycnometric density and the apparent density of the particle respectively, ρ is the density of sea water. We assume herein that ρ_s is equal to the mean density (2.57) of bed-lain particles. Some of results on P are shown in Table 1. The porosity of suspended particles, given by P , is greater than 80%. This gives a good agree-

Table 1. Apparent densities and the porosities of the suspended particles.

Diameter (cm)	Velocity (cm/sec)	Density	Porosity (%)
0.0050	0.0106	1.1138	94.15
0.0106	0.0148	1.0514	98.18
0.0088	0.0172	1.0707	96.94
0.0122	0.0288	1.0629	97.43
0.0053	0.0080	1.0840	96.07
0.0038	0.0157	1.2553	85.00
0.0046	0.0166	1.1907	89.18
0.0025	0.0091	1.3340	79.91
0.0076	0.0871	1.3451	79.19
0.0124	0.0854	1.1418	92.13

ment with Kajihara's (1971) result.

The average settling velocity of the sample is calculated as 0.014 cm/sec. This settling velocity is used in the estimation of the vertical eddy diffusivity.

4. Discussion

ICHIYE (1972), analyzing the distribution of the suspended matter, obtained the vertical eddy diffusivity of the Caribbean Sea. Our observation suggests that vertical distribution of the suspended matter concentration in the steady state is disturbed by a momentary burst of water movement at 13:20 and many particles are reentrained from the bottom. We analyze herein temporal variation of the vertical distribution of the suspended matter, applying Ichiye's analytical method.

Assuming that the horizontal gradient of the concentration and the vertical water movement are of negligible order, the conservation equation of suspended matter concentration near the bottom is given as follows:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial S}{\partial z} \right) + W \frac{\partial S}{\partial z} \quad (1)$$

where S is suspended matter concentration, z is height from the bottom, t is time, K is the

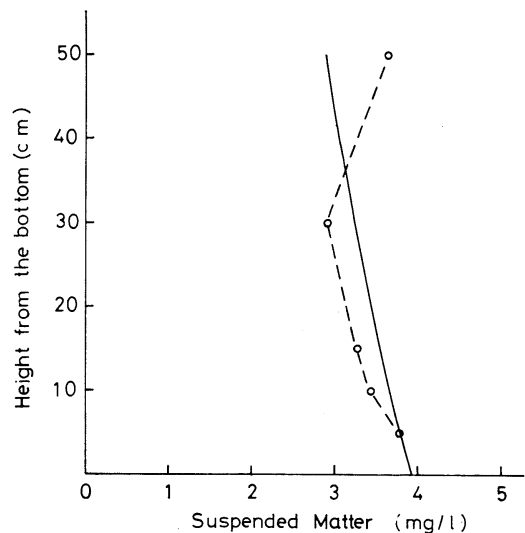


Fig. 6. Vertical distribution of suspended matter concentration averaged over five samples from 09:30 to 13:00. Solid line is calculated with $W/K = 0.006/\text{cm}$.

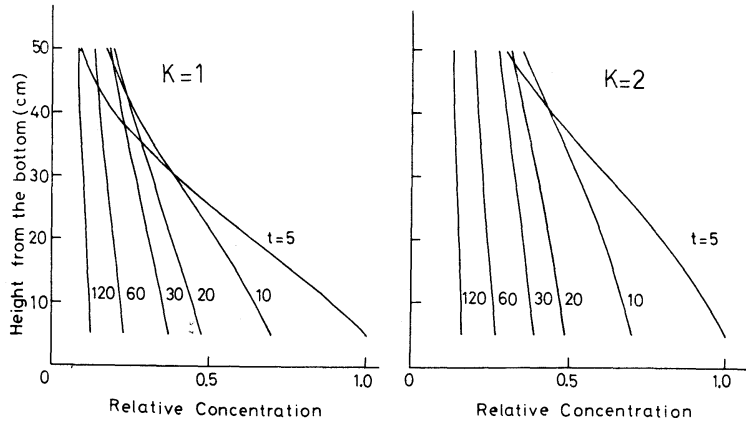


Fig. 7. Temporal variations of suspended matter concentration calculated with $K=1$ and $2 \text{ cm}^2/\text{sec}$ from Eq. (5).

vertical eddy diffusivity and W is the settling velocity of particles.

We assume that the vertical distributions of suspended matter concentration from 9:30 to 13:00 are in the steady state and the vertical eddy diffusivity K is constant with height, z , from the bottom. Concentration distribution in the steady state $S_1(z)$ is obtained, integrating Eq. (1), as follows:

$$S_1(z) = S_0 \cdot \exp\left(-\frac{W}{K} \cdot z\right) \quad (2)$$

where S_0 is concentration at the bottom. It follows that the ratio W/K is given as follows.

$$\frac{W}{K} = -\frac{d(\ln S_1)}{dz} \quad (3)$$

The vertical distribution of suspended matter concentration averaged over five samples from 9:30 to 13:00 is shown in Fig. 6. The ratio W/K is calculated from these averaged values, which yields $0.006/\text{cm}$. Using the measured value of the settling velocity of particles, $0.014 \text{ cm}/\text{sec}$, the vertical eddy diffusivity in the steady state is found to be in the neighbourhood of $2 \text{ cm}^2/\text{sec}$.

Next we analyze temporal change of suspended matter concentration, assuming the initial condition $t=0$ at 13:20 is given as follows:

$$S(z, 0) = S_1(z) + 2 \cdot Q \cdot \delta(z) \quad (4)$$

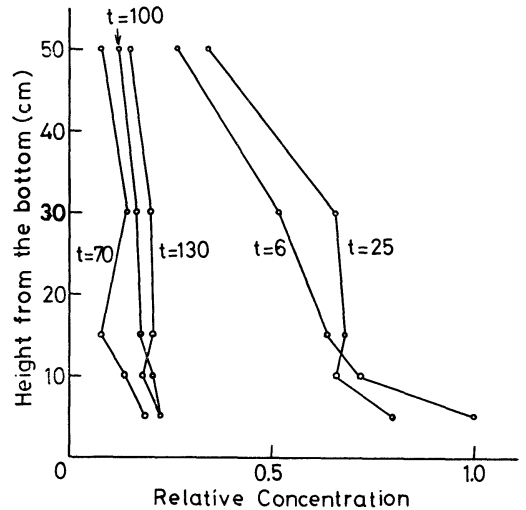


Fig. 8. Temporal variations of measured value minus the concentration $S_1(z)$ of the steady state.

where $\delta(z)$ is Dirac's delta function and Q is the total concentration reentrained from the bottom at momentary bursting of water movement. We assume that the vertical eddy diffusivity does not change with time because the water movement bursting is momentary. Solving Eq. (1) with Eq. (4), we obtain the following equation.

$$S(z, t) = S_1(z) + 2 \cdot Q \cdot (4 \cdot \pi \cdot K \cdot t)^{-1/2} \cdot \exp\left[-\frac{(z + W \cdot t)^2}{4 \cdot K \cdot t}\right] \quad (5)$$

Figure 7 shows calculated result of the second term of Eq. (5) for $K=1.0$ and $2.0 \text{ cm}^2/\text{sec}$, which is within the range found for the steady state. The results in Figure 7 are expressed in values relative to the concentration of $t=5$ minutes at 5 cm above the bottom. Figure 7 shows that after one hour particles are distributed uniformly with height and the concentration approaches gradually to the steady state distribution. Vertical distribution of measured concentration values minus the concentration $S_1(z)$ of the steady state are shown in Figure 8. Comparison of Figure 7 with Figure 8 shows that variation of vertical distribution of the measured values agrees qualitatively with the theoretical prediction.

General increase of current velocity after the outburst may result in considerable change in the eddy diffusivity K , whereas in the theoretical result, Figure 7, the eddy diffusivity is assumed constant and it is not easy to quantitatively assess the theoretical prediction to the measured result Figure 8.

Acknowledgements

We would like to acknowledge the considerable assistance of Dr. Takayuki SHIOZAWA of Government Industrial Research Institute, Chugoku. The authors also wishes to thank

Mr. Yukiho YAMAOKA and Mr. Tateki FUJIWARA of Government Industrial Research Institute, Chugoku.

References

- EWING, M. and E. M. THORNDIKE (1965): Suspended matter in deep ocean water. *Science*, **47**, 3663, 1291-1294.
- FUKUDA, M. (1974): Vertical diffusion in coastal areas-I. *J. Oceanogr. Soc. Japan*, **30**, 67-76.
- ICHIYE, T. (1966): Turbulent diffusion of suspended particles near the ocean bottom. *Deep Sea Res.*, **13**, 679-685.
- ICHIYE, T., N. J. BASSIN and J. F. HARRIS (1972): Diffusivity of suspended matter in the Caribbean Sea. *J. Geophys. Res.*, **77**, **33**, 6576-6588.
- KAJIHARA, M. (1971): Settling velocity and porosity of large suspended particle. *J. Oceanogr. Soc. Japan*, **27**, 159-162.
- KAJIHARA, M., K. MATSUNAGA and Y. MAITA (1974): Anomalous distribution of suspended matter and some chemical composition in sea water near the seabed: Transport process. *J. Oceanogr. Soc. Japan*, **30**, 232-240.
- PALNK, W. S., J. ZANEVELD, J. RONALD and H. PAK (1974): Temporal variability of suspended matter in Astoria Canyon. *J. Geophys. Res.*, **70**, **30**, 4536-4541.
- TAKEMATSU, N., N. OKAMI, M. KISHINO, M. FUKUDA and T. SASAKI (1971): The distribution of suspended matter in sea water off the coast of Tokai-Mura. *La mer*, **9**, 252-259.

広湾における海底近くの懸濁物質の時間変化

川名吉一郎*, 谷本照巳*

要旨: 瀬戸内海の広湾の海底近くで、懸濁物質の鉛直分布と流速の時間変動に関する調査を行った。海底近くの懸濁物質の変動は、海底の流速変動にかなり敏感に反応していた。平衡状態にあった海底近くで、瞬間的な流速の増加が起ると、それに伴って堆積物が急激に上方へまき上がった。この瞬間的に上方へまき上がった堆積物はしだいに沈降し、1時間もたつと元の状態にもどるが、その様子は平衡状態における鉛直拡散係数を用いても説明できると思われた。

* 中国工業技術試験所, 737-01 広島県呉市広町 15000 番地

飛砂について (I)*

—その鉛直飛砂量分布について—

新井正一**・阿部友三郎**

Sand Transport By Wind (I)

—On the Vertical Profile of Concentration of Suspended Sand Grains—

Masakazu ARAI and Tomosaburo ABE

Abstract: Vertical distributions of the quantity of suspended sand by wind actions are observed at a reclaimed land. It is assumed that the vertical profile of concentration of suspended sand grains can be explained by the diffusion equation considering the convection effect by gravity, and obtained data are analyzed. As a result, it is found that the vertical diffusion coefficient of sand grains is proportional to the height. In addition, the data are analyzed with the assumption that the diffusion coefficient of sand grains is equal to that of momentum $K \cdot U_* \cdot Z$, in the case of a neutral condition, where K is von Kármán constant, U_* is a friction velocity, and Z is the height from the ground. However, this diffusion coefficient is not applied to the result of field measurement. At present, the mechanism of this phenomena is studying in comparing observed results with theoretically calculated ones.

1. 要 旨

風により地表面から巻き上げられた砂粒子の鉛直飛砂量分布の観測をおこなった。大気中に巻き上げられた砂粒子の鉛直濃度分布を、砂粒子に働く重力を考慮した拡散方程式から、推定できると仮定し観測資料を解析した。その結果、砂粒子の鉛直濃度分布を説明するためには、砂粒子の鉛直拡散係数が高さに比例すると、仮定すればよいことが明らかになった。さらに、砂粒子拡散係数を大気の安定度が中立の場合を仮定した運動量拡散係数 $K \cdot U_* \cdot Z$ に等しいとして解析したが、観測結果を説明することはできなかった。ここで K は Kármán 定数、 U_* は摩擦速度、 Z は鉛直上方を正とし地表面を $Z=0$ とした場合の高さである。

目下、これらに関連する現象についてそのメカニズムを考究中である。

* 昭和51年9月2日受理

** 東京理科大学理学部物理学教室
Department of physics, Faculty of Science,
Science University of Tokyo

2. はじめに

BAGNOLD¹⁾ (1973) によると砂の移動の激しい砂丘では、粒径が 0.2~0.3 mm の砂が大部分をしめ 0.5 mm 以上や 0.05 mm 以下の砂粒子はほとんどみられないという報告がある。著者らが埋立地の飛砂観測で得た資料によると、地表面の砂の中央粒径が約 0.16 mm と普通の砂丘で見られる砂粒子よりやや細かくなっている。

風による砂粒子の輸送形態の大部分は、跳躍 (saltation) や表面滑動 (surface creep) であり浮遊 (suspension) による輸送はほとんど無視できると考えられている。しかし、浮遊が無視できると考えられるのは中央粒径が 0.2~0.3 mm の砂についてであり、これより砂粒子が細かくなると浮遊による輸送も多くなり無視できなくなると思われる。地表面が中央粒径 0.16 mm と細かい砂でおおわれている埋立地での観測によると、10 m/s 以上の風速になるとかなりの砂が上空へ巻き上げられ 100 m 先が見えなくなるほどである。

風による砂粒子の移動の大部分をしめる跳躍のメカニズムについて、河村²⁾(1951)は、砂粒子の運動を地上 30 cm 程度の所を風の乱れの影響を受けず放物運動をくり返ししながら風下へ輸送されるものと考え、定量的な考察をしている。一方、斉藤³⁾(1950)は河村とは反対に、砂粒子は風の乱れの影響を受けるために、不規則な運動をするものと考え、粒子の運動を拡散現象として説明した。しかし、いずれの理論も砂粒子の粒径が 0.2~0.3 mm のものを対象とし、跳躍による地上 30 cm 程度の運動を問題にしている。これらに対し、最近細かい砂粒子を対象とした研究が GILLETTE⁴⁾(1974)らによりなされた。かれらは地上 70 cm の高さまでの鉛直風砂量分布の観測をおこない、この観測結果を拡散理論に基づき説明している。

本論文は、埋立地から巻き上げられた砂粒子の鉛直飛砂量分布の観測結果から、砂粒子の鉛直濃度分布について GILLETTE らの結果と比較検討したものである。

3. 理 論

地表面から巻き上げられ空気中を浮遊する砂粒子は、空気の渦の中に取りこまれ不規則な運動をしながら、この渦と共に拡がっていく。しかし、砂粒子は粒子に働く重力や、粒子の慣性のために空気の渦と全く同じ運動をするとは考えられない。ここでは、砂粒子が空気の乱れにより不規則な運動をすることと、粒子に働く重力の効果を考え次式の拡散方程式により粒子の運動を説明できるものと仮定する。

$$u \cdot \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left\{ k_z \cdot \frac{\partial c}{\partial z} \right\} + \omega_0 \frac{\partial c}{\partial z} \quad (1)$$

ただし、座標軸は地表面を $z=0$ とし鉛直上方に z 軸、地表面に沿って x 軸、 y 軸をとる。(Fig. 1) c は砂粒子の平均濃度、 u は x 方向の平均風速、 k_z は z 方向の砂粒子の拡散係数、 ω_0 は砂粒子の終端速度である。また、(1) 式は次のような仮定により単純化されている。

- 1) 風向および風速は時間的に大きな変動はなく、ほぼ一定である。

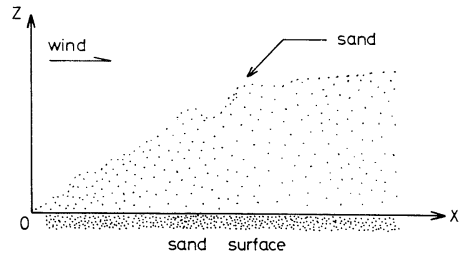


Fig. 1. A schematic representation of the two dimensional model. Taking x -axis in the direction of the main wind and z -axis vertically upward.

- 2) 地表面から巻き上げられる単位時間、単位面積あたりの砂の量は、時間によらずほぼ一定である。
- 3) y 軸の方向には湧源が無限に拡がっていて、砂粒子の濃度 c は y によらない。
- 4) x 方向の拡散効果は x 方向の移流効果に比較し無視できる。

また、十分風下では上向き Flux と下向き Flux が等しくなる平衡領域が存在するものと考えられる。この平衡領域では、(1) 式は次のようになる。

$$\frac{d}{dz} \left\{ k_z \cdot \frac{dc}{dz} \right\} + \omega_0 \frac{dc}{dz} = 0 \quad (2)$$

境界条件として、 $z=z_0$ で $c=c_0$ 、 $z=\infty$ で $c=0$ 、 $dc/dz=0$ とし、砂粒子の鉛直拡散係数 k_z を次の 2 つの場合を仮定し、(2) 式の解を求める。

- 1) k_z が高さによらず一定であるとする。すなわち、 $k_z=k_1$ とすると (2) 式の解は

$$c/c_0 = \exp \left\{ -\frac{\omega_0}{k_1} (z-z_0) \right\} \quad (3)$$

となる。

- 2) 接地境界層における運動量拡散係数の類推から、 k_z が高さに比例すると仮定する。すなわち、 $k_z=k_2 \cdot z$ とすると (2) 式の解は次のようになる。

$$c/c_0 = (z/z_0)^{-\omega_0/k_2} \quad (4)$$

以上、2 つの場合について理論値と観測値を比較検討する。

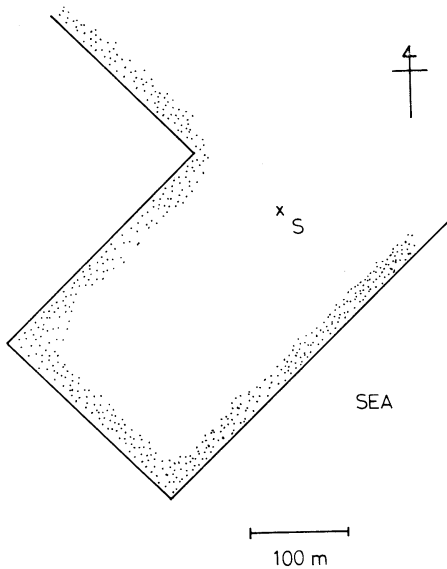


Fig. 2. Map of the observation site. Vertical distribution of sand transport and wind velocity are observed at the point S.

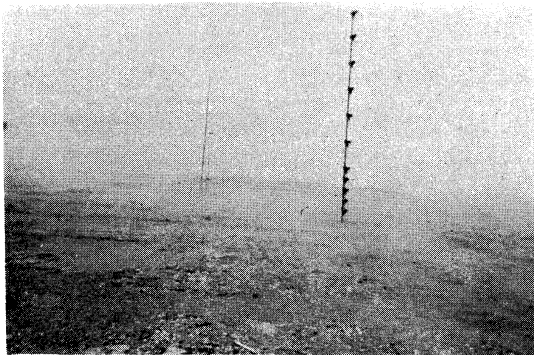


Photo. 1. A disposition of the sand collector.

4. 観 測

砂粒子の鉛直拡散係数が高さ z に対してどのような依存のしかたをするのかを調べるために、昭和51年1月埋立地に於いて飛砂の鉛直飛砂量分布の観測をおこなった。Fig. 2 に観測地の概略図を示す。図に示す S 点において飛砂量の観測と、風の鉛直分布の観測をおこなった。飛砂量の鉛直分布の測定は Table 1 に示すように、Run-1 として地上 20~400 cm の高さに 11 点、Run-2 として 8~133 cm の高さに 11 点 飛砂量測定用の捕砂器を設置した。(Photo. 1) 飛砂量測定時間は Run-1

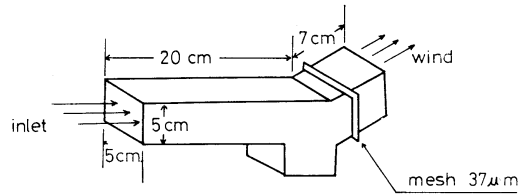


Fig. 3. A schematic diagram of used sand collector.

では 145 分間、Run-2 では 75 分間とした。

この観測で用いた飛砂量測定用捕砂器の概略図を Fig. 3 に示す。この捕砂器の捕捉率の検定は実験装置、方法に問題があり正確な測定ができないので、次のような方法によりおおまかな特性を調べた。

断面が 15×15 cm の吹出し式風洞の出口に捕砂器を設置し、中央粒径 125 μ の砂を 10 m/s の風速で飛ばし捕捉し、粒度分析をおこなうのに十分な量を捕捉した後、その粒度分布を調べた。その結果、試料に用いた砂と捕捉された砂との間に有意な差は見られなかった。このことから、今回の観測で対象とした 40~80 μ 粒子の飛砂量の絶対値は不明であるが、相対的な比較は可能であると思われる。

風の鉛直分布の観測は交流発電型 3 杯風速計を地上 50, 90, 150, および 470 cm の 4 点に設置し、飛砂量測定中連続して測定した。飛砂観測中風向、風速共大きな変動はなく、地上 300 cm で南西の風、平均風速 11.1 m/s であった。また、地表面の砂は一週間以上降雨がなく、飛びやすい状態にあったと思われる。

5. 結果および考察

1) 地表面の砂および捕捉された砂の粒度分布 Fig. 4 に埋立地の地表面の砂と、高さ 20, 40, 80 cm で捕捉された砂および、埋立地の砂と比較するため成東海岸(九十九里海岸)の砂の粒度分布を示す。図に示すように、埋立地の地表面の砂の中央粒径が 0.16 mm であるのに対し、地表面から巻き上げられた砂の中央粒径は 20 cm で 0.07 mm, 40 cm で 0.06 mm, 80 cm では 0.055 mm となっている。また、飛んでいる砂の 80% は

0.1 mm 以下の砂であることがわかる。このことは、地表面から上空へ巻き上げられ視界を妨げるような砂のほとんどが 0.1 mm 以下であることを示している。

次に、この埋立地の砂と同じように比較的細かい砂を多く含んでいる成東海岸の砂と、埋立地の砂を比較する。Fig. 4 に示すように、成東海岸の砂は中央粒径が 0.14 mm と細かく、この埋立地と同じように風の強い日には視界を妨げるほどの飛砂があると思われた。しかし、この海岸では地上 20 cm 程の所に砂雲と呼ばれる跳動層を形成し、地上数 m の高さに達する砂粒子はほとんど見られなかった。これは地表面の砂の粒径の違いではなく、砂粒子の密度の違いによるものである。成東海岸の地表面の砂の密度は約 2.70 gr/cm³、埋立地では 2.55 gr/cm³ と大きな差は見られない。しかし、数 m の高さを浮遊すると考えられる 0.088 mm 以下の砂の密度を比較すると、成東海岸では 3.89 gr/cm³、埋立地では 2.58 gr/cm³ で

あり、成東海岸の細かい砂は重く飛ばされにくいことを示している。このことは砂の浮遊性が粒径だけでなく、砂粒子の密度が要因となっていることを示している。なお、Fig. 3 に示すように飛んでいる砂は 37 μ の通風用ネットを用いた捕砂器により捕捉されたものであるため、Fig. 4 の 40 μ

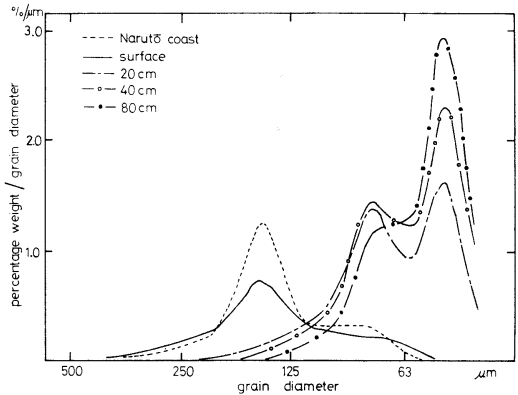


Fig. 4. Grading of the sand at the surface of reclaimed land. They are collected at heights 20, 40, 80 cm.

Table 1. Observed results at the reclaimed land.

	height cm	wind velocity cm/sec	flux $\times 10^{-5}$ gr/cm ² ·sec	concentration $\times 10^{-8}$ gr/cm ³	ratio of $w_{40-80\mu}/w_0$ (%)
Run-1	400	1158	0.71	0.62	73.0
	350	1138	0.83	0.73	70.2
	300	1113	0.99	0.89	67.7
	250	1084	1.31	1.21	72.4
	200	1050	1.67	1.59	71.1
	150	1012	2.18	2.16	66.5
	100	969	3.81	3.93	68.7
	80	950	4.45	4.68	70.7
	60	931	5.59	6.00	66.1
	40	911	8.83	9.69	70.4
20	890	13.12	14.74	58.3	
Run-2	133	997	2.66	2.67	65.7
	120	986	3.31	3.36	69.7
	105	973	3.92	4.03	71.7
	92	961	4.41	4.59	70.0
	79	949	5.32	5.61	68.2
	68	939	5.30	5.64	60.2
	57	928	7.40	7.97	66.7
	45	916	8.85	9.36	60.0
	33	904	10.97	12.13	60.6
	22	892	15.98	17.91	55.7
8	878	36.90	42.03	35.5	

以下の粒度分布曲線について討論することは問題がある。

2) 飛砂の鉛直濃度分布

Run-1 および, Run-2 の観測結果を Table 1 に示す。Table 1 の各測定点における風速は, 風速の鉛直分布の測定結果から推定したものである。

ある高さ z において観測された飛砂量を $q(z)$, 砂粒子濃度を $c(z)$ とすると,

$$q(z) = \frac{1}{\Delta z} \int_z^{z+\Delta z} V(z) \cdot c(z) dz \quad (5)$$

となる。ただし, $V(z)$ は高さ z における砂粒子の水平方向の平均速度である。

$z \sim z + \Delta z$ 間で $V(z)$ および, $c(z)$ の変化が小さく一定と考えられる程度に Δz を小さくとると, (5) 式は近似的に次のように表わせる。

$$q(z) \doteq V(z) \cdot c(z) \quad (6)$$

さらに, 大気中を浮遊する砂粒子は滞空時間が長いと考えられる。このため砂粒子の水平方向の速度はその高さの平均風速に等しいと考えても, 大きな差はないと思われる。すなわち, 水平方向の平均風速を $U(z)$ とすると (6) 式は次のようになる。

$$q(z) = U(z) \cdot c(z) \quad (7)$$

Table 1 の砂粒子濃度 $c(z)$ は (7) 式により推定したものである。

砂粒子の鉛直拡散係数の高さの依存性を調べるために, 各高さごとに捕捉された砂を光透過式粒度分析法により分析し, $40 \sim 80 \mu$ の砂の全体に対する重量比を求めた。Fig. 5 に $40 \sim 80 \mu$ の砂粒子の鉛直濃度分布を示す。

グラフにおいて, \circ 印は観測値, 実線は拡散係数が高さに比例すると仮定した場合の理論曲線であり, 破線は高さによらず一定であるとした場合の理論曲線である。理論曲線の比例定数, ω_0/k_1 , ω_0/k_2 ((3), (4) 式) は, 観測資料と最もよく一致するように定めた。また, 一点鎖線は砂粒子の拡散係数を $K \cdot U_* \cdot Z$, 砂粒子の終端速度を ω_0 (粒径を 60μ として Stokes の抵抗則より推定) として (4) 式から推定した理論曲線である。

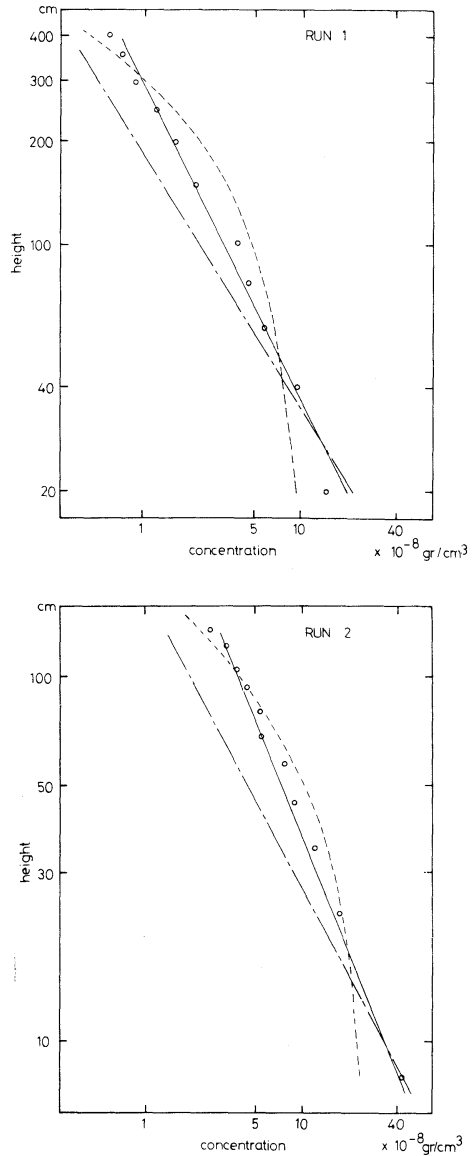


Fig. 5. Vertical distribution of the concentration of sand grains.

- ; theoretical curve based on the assumption that the diffusion coefficient of sand grains K_z is proportional to the height.
- ; theoretical curve based on the assumption that K_z is constant.
- · - ·; theoretical curve based on the assumption that K_z is equal to $K \cdot U_* \cdot Z$.
- \circ ; observed results.

Fig. 5 から次の2つのことが明らかである。

- 1) 拡散方程式 (2) 式に基づき、砂粒子の鉛直濃度分布を説明するには、砂粒子拡散係数 k_z が高さによらず一定とするよりも、高さに比例するとした方がよい。
- 2) (2) 式の砂粒子拡散係数 k_z を運動量拡散係数 $K \cdot U_* \cdot Z$ に等しいとし、終端速度 ω_0 を stokes の抵抗則より推定し、砂粒子の鉛直濃度分布を推定したが、観測資料を説明できない。

1) の結果は GILLETTE と GOODWIN (1974) によって示された結果と同じ結果である。しかし、かれらは跳躍領域と考えられる地上 70 cm までの観測結果から、この比例関係を示している。これに対し、著者らの得た埋立地における観測結果は、跳躍領域より高い数 m の領域においてもこの比例関係が成り立つことを示しているものと考えられる。また、かれらは砂粒子拡散係数として $K \cdot U_* \cdot Z$ 、終端速度 ω_0 を stokes の抵抗則から推定し飛砂量の鉛直分布を説明している。しかし、著者らの得た結果は 2) に述べたように、推定値と観測値と異なり $\log z \sim \log c$ 曲線の傾きが、観測値の方が小さくなっている。このことを飛砂の鉛直濃度分布が、(2) 式から推定できるという仮定に基づいて考察すると、 ω_0/kU_* の値が推定値より観測値の方が小さくなっていることを示している。すなわち、砂粒子の終端速度と、砂粒子の拡散係数の比の値が推定値より観測値の方が小さいことを意味している。この原因として、次のふたつのことが考えられる。第一は、 ω_0 に相当する値が stokes の抵抗則により推定された値より、小さいということである。第二は、砂粒子の拡散係数が大気の中立状態を仮定したときの運動量拡散係数 $K \cdot U_* \cdot Z$ よりも、大きいということである。ふたつの原因のうち後者については、砂粒子の慣性を考えると、砂粒子の拡散が大気の流れによる運動量拡散よりも大きくなるとは考えにくい。すなわち、砂粒子拡散係数は、 $K \cdot U_* \cdot Z$ の値より大きくなることはないと考えられる。一方、終端速度 ω_0 は stokes の抵抗則を利用した光透過式粒度分析装置により粒径を求め、 ω_0 を推定したので、大気中

での運動であっても stokes の抵抗則が成り立つ領域であれば、より実際の ω_0 に近いものと思われる。しかし、砂粒子に働く空気抵抗が stokes の抵抗則が成り立つ領域外であるとする、推定される ω_0 は、stokes の抵抗則から推定される ω_0 より大きくなる。終端速度を大きく推定すると、 $\log z \sim \log c$ 曲線の推定値と観測値の差はより大きくなり、観測資料を説明するためには不都合である。

以上述べたように、現在の所、前述の ω_0 と $K \cdot U_* \cdot Z$ を用いて推定された砂粒子の鉛直濃度分布とは異なる観測例を示したに過ぎず、この原因は明確にされていない。今後、この問題の解明には、砂粒子の終端速度の測定、乱れの中の砂粒子の平均落下速度、粒子の拡散係数など、空気中の運動について十分な検討をする必要があると思われる。

6. 結 論

埋立地における飛砂の鉛直飛砂量分布の観測から以下のことが明らかになった。

- 1) 砂粒子の鉛直拡散係数は、跳躍の領域より上空でも高さに比例する。
- 2) 従来、砂粒子拡散係数を運動量拡散係数 $K \cdot U_* \cdot Z$ とし飛砂量の鉛直分布を推定したが、観測結果と推定値に差が見られた。

7. 謝 辞

本研究にあたり、福地直樹助手ならびに大学院生諸氏には、適切な助言を賜わり感謝いたします。また、千葉雅史、平松親両君、ならびに阿部研究室卒業生諸君には、観測や資料解析に多くの援助を受けた。ここに感謝する。

参 考 文 献

- 1) R.A. BAGNOLD; The Physics of Brown Sand and Desert Dunes. 1973, Chapman & Hall.
- 2) 河村龍馬; 飛砂の研究 1951, 東京大学理工学研究所報告 第5巻, 第3~4号, p. 95~p. 112.
- 3) 斉藤直輔; 風による飛砂について 1950, 産業気象調査報告, 第14巻, 第3号, p. 11~p. 15.
- 4) Dale GILLETTE, Paul. A. GOODWIN; Microscale Transport of Sand-Sized Soil Aggregates Eroded by Wind. 1974. Vol. 79. No. 27, p. 4080~p. 4084, Journal of Geophysical Research.

資 料

観測船以外の船による海洋表層の連続観測*

La surveillance continue des conditions de surface
de l'océan par des navires non spécialisés

J. R. DONGUY** et C. HENIN**

海洋研究者はだれでも、観測船が少なすぎることをかこっている。しかし、数千という数にのぼる商船や軍艦が絶えずどこかを航行しているのだから、もしこれらの船を利用できれば海洋研究にとっては貴重なデータ源となる。ある限られた航路、限られた期間についてはこれまでも個々の研究者の努力によってデータが集められてきた。また、もうすこし大きな規模での利用は現在 Nouméa の ORSTOM によって進みられている。1969 年以来、DONGUY と HENIN は、赤道を 140°E と 90°W の間で横断の子午線航路を利用し、熱帯太平洋の表層の水温と塩分とに注目してきた。

海洋研究はこれまで数10年間にわたって現象の記述に努力を払ってきたが、近年はしだいにその対象はいろいろな時間規模での変動に移っている。この見地から、決まった航路に沿って密な情報を得ることは新しい意味をもつことになった。

水温と塩分は水塊を特徴づける。これらの量を連続的に測つていけば、水塊がいつ変質するか、水塊の性質はどのくらい長く保たれているかということが明らかにされよう。こうして、アフリカ沿岸ではいつも暖かい水がある海域と、海水が季節的に入れかわる海域とがあることがわかった。印度洋では1年間の表層観測の結果、モンスーン現象にかかわりのある水塊の存在が明らかになった。太平洋では1969年来の観測によって、水温と塩分の季節変化のようすはそれまでの理論とは必ずしも一致しないこと、それまでの考え方では移流の働きを重くみるあまり、現場での表層水形成を軽くみすぎたことがわかった。

* 1976年6月30日受理

** Centre de Nouméa, ORSTOM (Office de la Recherche Scientifique et Technique outre-mer), Nouvelle-Calédonie

大気・海洋相互作用の分野では、これまではただ一点の観測（例えば浮き観測塔）による研究が多かった。海の表層水温と海面直上の気温を広い空間にわたって長い期間にわたって測り、両者を比べることができたら、相互作用の研究に新しい道が開けるだろう。西太平洋では、幾つかの水塊の形成は気象条件によって完全に説明されている。塩分の低い水は常に風の収束域、あるいは西風に対応しているし、塩分の高い水は蒸発が盛んな海域、あるいは風による湧昇と結び付いている。

1972年から73年にかけて集めた密なデータは太平洋の海況異変を示した。異常多雨によってできた低塩分水が赤道の高塩分水にとってかわり、逆に 10°S のあたりの低塩分水は高塩分水によって置き換えられた。天気図はこの海況を十分に説明してくれた。災害を伴った異常現象——サハラおよびアジアモンスーン域のかんばつ、南アメリカ太平洋岸の“El Niño”の異変など——が1972年、73年には相次いだ。

商船の航路を利用して海の表層を見守ることは経済にもつながる。表層の海況と気象状況は漁業にとっては貴重な情報である。オーストラリアでは表層水温・塩分月報が印刷され、サンゴ海やタスマニア海の漁業者に配布されている。アフリカ沖では赤道と 16°S の間に（水温）前線が発見されたが、この前線海域は絶好のマグロ漁場である。太平洋でもニューカレドニアとニュージーランドを結ぶ航路で得たデータから、同じような前線が発見されたが、マグロの量はまだわからない。

最近の研究によると、マグロ幼魚の成長は表層の水温と塩分とにかかっている。水温や塩分に異変があると幼魚の死滅を招き、数年後には成魚の数の減少という影響が現われるだろう。表層のデータが豊富であれば漁業の合理的管理ができるはずである。

太平洋では現在15隻の商船が私たちのために観測を続

けてくれている。商船によるデータ収集の重要性を日本の海洋学界や私たちに協力して下さる商船乗組の方々に知って頂くためにこの小文を記した。*

文 献

- BERRIT, G.R. (1961): Contribution à la connaissance des variations saisonnières dans le Golfe de Guinée. Observations de surface le long des lignes de navigation. 1^{ère} partie. Cah. Océanog., **13**(10), 715-729. 2^{ème} partie. *ibid.*, **14**(9), 633-643 et **14**(10), 718-729.
- DONGUY, J.R. (1970): Observations de surface le long des lignes de navigation dans la partie ouest de l'Océan Indien. Cah. Océanog., **22**(4), 353-366.
- DONGUY, J.R. (1974): Une année d'observations de surface dans la zone de mousson de la partie occidentale de l'Océan Indien. Cah. ORSTOM sér. Océanog., **12**(2), 117-128.
- DONGUY, J.R. (1975): Les eaux superficielles tropicales de la partie occidentale de l'Océan Indien en 1966-1967. Cah. ORSTOM sér. Océanog., **13**(1), 31-47.
- DONGUY, J.R., C. HENIN et F. ROUGERIE (1974): Les principaux aspects de la dessalure des eaux superficielles du Pacifique tropical sud-ouest. Cah. ORSTOM sér. Océanog., **12**(3), 179-185.
- DONGUY, J.R. et C. HEINN (1974): Salinités de surface caractéristiques du courant équatorial et du contre-courant équatorial nord à 150°-160°E. La mer (Bull. de la Soc. franco-jap. d'océanog.), **12**(2), 72-78.
- DONGUY, J.R. and C. HENIN (1975): Surface waters in the north of Coral Sea. Aust. J. mar. Freshwat. Res., **26**, 293-296.
- DONGUY, J. R. et C. HENIN (1976): Relations entre les précipitations et la salinité de surface dans le Pacifique tropical sud-ouest, basées sur un échantillonnage de surface de 1956 à 1973. Annales Hydrog., **4**(2).
- DONGUY, J.R. and C. HENIN (1976): Anomalous navifacial salinities in tropical Pacific Ocean. J. Marine Res., **34**(3), 355-364.
- FIEUX, M. and H. STOMMEL (1975): Preliminary look at feasibility of using marine reports of sea surface temperature for documenting climatic change in the Western North Atlantic. J. Marine Res., **33** (suppl.), 83-95.
- HIRES, R.I. and R.B. MONTGOMERY (1970): Navifacial temperature and salinity along track from Samoa to Hawaii, 1957-1965. J. Marine Res., **30**(2), 177-200.

* 著者らの希望にしたがい、仏文を和文に翻訳した。なお、商船データの重要性は国外の研究集会ではこれまでにもしばしば指摘されている。日本はこの点で特に恵まれた状況にありながらそれを活用していないという外国人は少なくない。(高野健三)

日仏海洋学会賞受賞記念講演

安定海水泡沫に関する一連の研究*

阿部友三郎**

Recherche sur les bulles stables d'eau de mer

Tomosaburo ABE

この度、私は栄ある日仏海洋学会賞を受賞させて頂き、非常に光栄に存じ心から感謝しております。長年私は海水の気泡について興味をもち調べて参りましたが、少し深く考えて行くと、愚鈍な私には荷が重すぎたためちまちまどう進めてよいやら分からなくなってしまい度々途方にくれてしまいました。しかし、諸先生、特に和達清夫、坪井忠二、三宅泰雄、宇田道隆、中野猿人、佐々木忠義、E.C. ラフォンドの諸博士や協力者の皆様から適切な御助言と暖かい御激励を頂き、どうやら仕事を進めて参りました。また、気象庁と東京理科大学はこれら一連の研究の機会を与えて下さいました。今心からこれらの方々と上記機関に深く敬意を表し、御礼申し上げる次第です。ほんとうに有難うございました。

次に、どのような道をたどってきたかを手短かに述べてみましょう。

最初、私は旧制武蔵高等学校の優れた理科教育者である和田八重造先生の助手にして頂いた。当時先生は高等科の地質鉱物学と尋常科の科学入門と生物学を御担当なさっており、兼務として旧制浦和高等学校でも地質鉱物学を講義なさっていた。すぐ身近の自然をどう見るか、どう取り扱って行くかなどについて真摯な先生から私は数年間御薫陶を受けた。これはその後、理学や理学教育について私の思想、態度に大きな影響を与えた。今静かに考えると、自然現象を研究する者として私は非常に幸福な出発であった。昭和17年、私は中央気象台付属気象

技術官養成所（旧制専門学校、現気象大学校）の助教授であったが、同所主事（校長）和達清夫博士の御推薦で文部省内地留学生として東大理学部へ派遣され坪井忠二教授に直接御指導を頂き、地球物理学と実験物理学の研究に従事することができた。地震研究所の研究室と試作工場場で自然現象の統計や解析や実験器械の試作に興味深くやらせて頂き、資料の取り扱い方、その物理的意味をどう考えるかなど貴重な攻究をすることができた。後に、気象台化学課兼務を命ぜられ、私は同課長三宅泰雄博士の御指導で海水の泡沫性、後に自然霧の問題と取り組んだ。同博士は既に海泡の問題について研究なさっており、前駆的な報告を発表されていた。当時の気象台には学問的雰囲気濃厚で、学問研究する者には極めてよい環境であった。

主に不安定泡沫：終戦後幸にも私は気象研究所で再び海泡の問題を調べることができた。すなわち、なぜ海水が泡立ちやすいか、暖かい海または冷たい海を船舶が航行するとき、生ずる航跡の状況は異なると経験的に言われていたが、なぜか、ビューフォート階級における白波は風速と一義的に関係しているか否か、これらの問題を調べ始めた。既に容器内に入れた海水量と空気量との比率 k と振盪によって生ずる泡立ちの程度との関係は実験的に $k=2/3$ の時極大値をとることを明らかにしていたので、この条件で振盪して容器内に泡沫層を作り、これが崩壊して行く過程を一定時間間隔で撮影し詳細に解析した。その結果、海水の Cl 濃度、水温が一定の場合、泡沫層の高さ h は $h=h_0 \exp(-kt)$ の実験式で示されることが明らかとなった。ここに t 、 k はそれぞれ時刻、崩壊定数、 h_0 は初期の高さであり、実験終了後測定値を外挿して求め得る。さらに、この崩壊過程を統計力学および化学反応論を利用して検討した結果、この過程は確率的

* 1976年5月27日、日仏会館にて講演
Résumé de la conférence faite le 27 mai 1976
après la remise du Prix de la Société franco-japonaise d'océanographie

** 東京理科大学理学部 Université des Sciences de Tokyo

現象であることが明らかになった。なお、得られた資料を利用して気泡の膜の厚さを計算し、これが海水の濃度や時間によってどのように変化するか、泡沫層内の泡粒の頻度分布、その変化等についても討論した。

次に、気象庁によって行われた洋上の北方定点(39°N, 153°E)の気象および海洋観測資料を利用して、海水泡沫生成と表面水温 θ との関係を解析してみた。すなわち風浪階級 3 が現われる確率 P_3 と θ との関係を求め

$$P_3 = 0.52 - 0.011\theta \quad \text{標準偏差 } 0.080$$

の実験式を得た。この関係を説明するため、まず、現場海洋上に風力等によって泡沫が生成される尺度について考究し、仮に相乗積 $h_0\tau$ なる物理量を導入してみた(ここに τ は泡沫層が崩壊する際の半減期であり、これら2成分の量は互に独立と考えられる)。この量の大小によって泡立ちの良否の程度を表すものと考えた。そこで、これまでの室内実験の結果を利用して、第一近似として、それぞれを水温の一次関数として表わし、これらの相乗積 $h_0\tau$ を水温の関数として求め、これを仮にその海水の泡沫係数 Foaming Factor, 略して FF と呼び、 P_3 および FF を水温に対し別々に計算し、 θ に対してプロットすると両者は θ が 2°~25°C の範囲ではかなりよく傾向の一致することがわかった。すなわち、現場の泡立ちが室内実験の結果から一応説明できたわけである。逆に、私のやってきた方法は間違っていないことも明らかになった。その後の調べで FF は海中での気泡の生成の難易を示す尺度にもなること、さらに特殊な水塊(表面活性物質を含むもの)については水塊分析にも応用できることが明らかになった。

安定海水泡沫: 冬冬季節風が卓越してくると、東北日本海岸の所によっては安定な泡沫が碎波帯で多量に生成され、風浪などによって岸に輸送され、条件がよいと 1m 余りの高さに数時間も堆積することがある。これらは風によって飛散飛翔され付近に設置してある送配電あるいは電気通信系統に捕捉され、状況によっては電流の漏洩、内絡などが即時または多少の時間経過後始まる。その結

果、電力輸送や通信不能の事態も起こるし、付着された植物や金属面はそれぞれ枯死や錆害が発生する。この現象は台風、強風時には太平洋沿岸地帯でもしばしば発生する。当時、秋田地方気象台長箱田顕雄氏の強いおすすめで私はこの調査を始めた。

なぜこのような現象が起こるのか。なぜこのような安定な気泡が生ずるか等について、観測代表地点として山形県吹浦海岸を選び、詳しく観測し検討してみた。その結果、この安定化は海水中に存在する plankton 主に Diatom 種や海藻類の体液(これらは概ね表面活性物質)等がわずかに海水中に溶混入すると、海水は泡立ちやすくなり、その上泡膜は強靱になる結果、泡沫の寿命は極めて長くなることを明らかにした。また、飛散に関係すると考えられる泡沫および泡沫液の物理的諸性質(例えば、粒度分布、密度、粘性、表面張力、熱や電気の伝導度等)を現場で観測し一応の数値を得、その機構についても検討した。一方、現地の熱心な協力者警察官会田章氏提供の資料を解析して飛散等に関し年間消長も明らかとなった。また、E. C. ラフォンド博士の御好意で、私は米国加州サンディエゴ沖に設置されてある NEL 海洋観測塔でスリック、内部波など関連現象の観測を行い得た。その結果、進行型内部波の海面収束部に発生する安定泡沫についても、その安定化が前述と全く同様な機構によることを確認した。さらに、海中における FF 値分布等と内部波の energy との関連についても若干の考察を行った。なお、吹浦における海象、気象状況(例えば、FF 値と泡沫発生、スリックとの関係、低気圧の進路や強度と飛散の関係等についても概ね解析を行い、さらに目下資料の蓄積とその物理的意味を攻究中である。(ここに、安定および不安定泡沫とは、それぞれその持続時間が数時間程度のもの、および数10秒程度のものをいい、物理的には膜の構造に起因することも分かっており、この点も目下詳しく攻究中である。)

なお、参考文献については前号(うみ第14巻第2号(1976))を参照されたい。

学 会 記 事

1. 昭和51年5月26日、東京水産大学において評議員会が開かれた。
 - 1) 会務報告、編集報告が行われた。
 - 2) 昭和50年度の収支決算および昭和51年度の予算案が審議された。
 - 3) 学会賞受賞候補者として、阿部友三郎氏が推薦され受賞者として決定した経過について報告された。
 - 4) 昭和51年度学会賞受賞候補者推薦委員15名を下記のとおり選出した。
阿部友三郎、有賀祐勝、石野 誠、今村 豊、宇野寛、草下孝也、斎藤泰一、星野通平、杉浦吉雄、多賀信夫、高野健三、松生 治、丸茂隆三、森田良美、山路 勇（五十音順）
2. 昭和51年5月27日、日仏会館会議室において第17回総会が開かれ、佐々木会長の挨拶に引き続き、次の報告並びに審議が行われた。
 - 1) 昭和50年度の会務並びに会計報告が行われた。なお、別表の50年度収支決算が承認された。
会員移動：50年度の新入会員は正会員7名、賛助会員1社、退会は正会員12名（内死亡2名）、賛助会員7社である。50年3月31日現在の会員数は名誉会員7名、正会員411名、賛助会員45社である。
 - 2) 今村編集委員長から学会誌第13巻の編集経過報告が行われた。第13巻第1～4号は総ページ数214ページ、その内訳は原著論文14編（和文7、英文7）、寄稿1編（和文）、総説2編（和文）資料1編（和文）、記念講演1編、会員名簿、その他学会記事などである。
 - 3) 学会賞受賞者として阿部友三郎氏が決定に至る経過が報告された。
 - 4) 会費を現行の2,500円から3,500円に値上げすることが承認され、また昭和51年度の予算案について審議の結果、別表のとおり承認された。
 - 5) 昭和51、52年度の評議員が選出された。（本誌68ページの評議員の名簿を参照）
 - 6) 昭和51年度学会賞受賞候補者推薦委員の選出について報告された。

昭和50年度収支決算

収入

項 目	収入額(円)	備 考
前年度繰越金	90,685	
会 費	532,500	

賛 助 会 費	460,000
賛 助 費	300,000
学 会 誌 売 上	50,480
広 告 料	530,000

計 1,963,665

支出

項 目	支出額(円)	備 考
学会誌等印刷費	1,753,140	
送 料 通 信 費	125,035	
編 集 費	16,300	
事 務 費	19,065	
交 通 費	16,040	
会 議 費	30,490	
次年度繰越金	3,595	

計 1,963,665

昭和51年度予算案

収入

項 目	収入額(円)	備 考
前年度繰越金	3,595	
会 費	1,270,000	
賛 助 会 費	500,000	
学 会 誌 売 上	70,000	
広 告 料	600,000	

計 2,443,595

支出

項 目	支出額(円)	備 考
学会誌等印刷費	2,000,000	
送 料 通 信 費	250,000	
編 集 費	20,000	
事 務 費	30,000	
交 通 費	20,000	
会 議 費	50,000	
予 備 費	73,595	

計 2,443,595

3. 総会終了後、引き続き学会賞の授与が行われた。
 昭和51年度学会賞受賞者：阿部友三郎氏（東京理科大学理学部） 受賞課題：安定海水泡沫に関する研究（別項「推薦理由書」参照）佐々木会長から阿部友三郎博士に賞状，メダルおよび賞金が授与され，続いて受賞記念講演が行われた。
4. 講演終了後懇親会が開かれ，多数の参会者を得て盛会であった。
5. 昭和51年5月27日，28日の両日，日仏会館会議室において，昭和51年度「日仏海洋学会学術研究発表会」が次のとおり開かれた。

5月27日(木)

午前の部

1. 邦産 *Palaemon* 属の幼生の変態に及ぼす温度一塩分量の影響……………五十嵐保正・宇野 寛(東水大)
2. 東京湾口の海況観測ブイ装置の概要
 ……………辻 正明・鬼塚正光(公害研)
3. 大島の流速と相模湾の海況について
 ……………西山勝暢・小長俊二(気象研)

午後の部

4. 牛込濠水における slick —水温変動との関連—
 …阿部友三郎・高山晴光・森 幹樹(東理大・理)
5. 濠の形状変化に伴う静振周期に関する一考察
 …阿部友三郎(東理大・理)・森谷誠生(気象協会)
 高山晴光(東理大・理)
6. 風による振動系の応答について
 …阿部友三郎・矢内秋生・小林 貴(東理大・理)

第17回総会

学会賞授賞

学会受賞記念講演

安定海水泡沫に関する研究…阿部友三郎(東理大・理)

5月28日(金)

午前の部

7. 音響による魚群行動制御の研究
 ……………高橋 正(東水大)・片山洋一(芙蓉海洋)
8. 飛砂について…阿部友三郎・新井正一(東理大・理)
9. 海水安定泡沫中のウランについて
 …妹尾三郎(旭化成工業)・阿部友三郎(東理大・理)

午後の部

10. リモートセンシングによる海況のデジタル解析について……………落合弘明(鳥羽商船高専)
 豊田弘道(東大・工)・飯坂 譲(日本 IBM)
 安田嘉純(千葉大・工)・藤村貞夫(電気通信大)
11. ワムシ培養プラント(改良型)

……………五十嵐昭一(三井海洋開発)

12. 赤目について……………片山正夫・阿部宗明(東海区水研)
13. 潮間帯動物群集にみられる油污染クリーニング活動，特に瀬戸内海のぼあいについて
 ……………山路 勇(東水大)
14. 北部アラビア海における海洋構造と浮魚類の分布
 ……………山中 一・西川康夫・森田二郎(遠洋水研)
15. 沖縄海洋博における人工海浜の成果とその将来への展望……………松井 憲(日本テトラポッド)
6. 昭和51年11月19日，東京水産大学において昭和52年度，学会受賞候補者推薦委員会が開かれた。
7. 昭和51年11月19日，東京水産大学において編集委員会が開かれた。
8. 下記の諸氏が入会された。
 正会員

氏名	所	属	紹介者
谷田一衛	東京水産大学	漁業生産工学科	佐々木忠義
行縄茂理	遠洋水産研究所		山中 一
小泉俊雄	千葉工業大学	土木工学科	島 正之
草野和之	茨城県水産試験場		久保 治良
篠田 裕	千葉工業大学	土木工学科	島 正之
尾山実美	教員		松生 治
賛助会員			
	新日本気象海洋株式会社		佐々木忠義
9. 退会			
正会員	大津皓三，小堀信幸，藤田四三雄，大内一憲 多田利義，矢部 博，金巻精一，柴田哲治		
10. 会員の住所，所属の変更			
氏名	新住所又は新所属		

中野 旭	川崎市川崎区砂子2-10-1	住宅公団406号
江上不二夫	町田市南大谷11号	三菱化成生命科学研究 所
古橋 賢造	東京都千代田区大手町1-3-4	気象庁海洋課
江口 一平	神戸市生田区中山手通	神戸海洋気象台 海洋課
宮崎 正衛	舞鶴市下福井	舞鶴海洋気象台
岩佐 欽司	仙台市原町南目字二軒茶屋南1	二軒茶屋住 宅11号
佐藤 猛郎	熊本市八景水谷2-1-29	
岩田 憲幸	横浜市港南区日野町4180	港南台ひばり団 地5-301
尾山 実美	渋谷区代々木4-46-5	第1植田荘11号

賛助会員

日本アクアラング株式会社

東京都杉並区方南町2-4-7 第二細野ビル

11. 交換図書

- 1) 研究実用化報告 25(5, 6, 7, 8, 9, 10)
- 2) 鯨研通信 第296~300号
- 3) 東北区水産研究所研究報告 35号
- 4) 日本海区水産研究所研究報告 27号
- 5) 港湾技研資料 第229~236号
- 6) 港湾技術研究所報告 13(4), 14(4), 15(1)
- 7) 東海区水産研究所 昭和47年度海洋観測資料(前期)
- 8) 英国産業ニュース 6~11月号
- 9) 海洋産業研究資料 7(2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)
- 10) 東海大学紀要(海洋学部) 第9号
- 11) 宇佐臨海実験所研究報告 22(12)
- 12) 航海 第49号
- 13) 早稲田大学理工学部紀要 第39号
- 14) 季刊, 海洋時報 創刊号
- 15) 海洋開発と鉄鋼市場(鋼材倶楽部)
- 16) 農業土木試験場技報(D)水産土木 第18号
- 17) 農業土木試験場報告 第14号
- 18) 広島大学水産学部紀要 15(1)
- 19) 広島県水産試験場研究報告 第6, 7号
- 20) 広島県水産試験場事業報告 昭和49年度
- 21) 釜山水産大学海洋科学研究所研究報告 第8巻
- 22) 神奈川県立博物館研究報告, 自然科学 9号
- 23) 日本プランクトン学会報 23(1)
- 24) 海洋波浪の調査研究に関する現況報告書(ECOR日本委員会, 波浪委員会編)
- 25) 工業技術院地質調査所発行 Cruise Report, No. 5, 6
海洋地質図
(相模灘海底地質図) No. 3
(相模灘表層堆積図) No. 4
- 26) Ocean Age, No. 6, 7, 8
- 27) JODC ニュース 5
- 28) Bulletin d'Information, N° 87, 88, 89, 90
- 29) Science et Pêche, N° 254, 255, 256, 257, 258
- 30) Preliminary Report of the Hakuho-maru Cruise KH-75-1
- 31) Bulletin of the National Science Museum, Ser. A (Zoology), 2(2, 3)
- 32) Revue des Travaux de l'Institut des Pêches Maritimes, Tome XXXIX Face 2
- 33) Bulletin de l'Institut de Géologie de Bassin

d'Aquitaine, N° 19

日仏海洋学会賞受賞候補者推薦理由書

氏名: 阿部友三郎(東京理科大学)

題目: 安定海水泡沫に関する一連の研究

推薦理由: 阿部博士は過去30年間にわたり, 安定海水泡沫に関する物理学的研究とその応用について幾多の優れた業績をあげられ, 日仏海洋学会, 日本海洋学会, 日本気象学会にその成果を発表されてきました。ここにその研究内容を概説いたします

普通海水を振盪して泡沫層を作り, これが崩壊して行く過程を詳細に解析した結果, Cl 濃度, 水温が一定の場合, 層の高さ h には $h_0 \exp(-kt)$ の実験式が適用できる。ここに t, k はそれぞれ時刻, 崩壊定数, h_0 は初期の高さである。更に, この崩壊を統計力学および化学反応論を応用して検討し, これが確率過程の現象であることも明らかにした。

現場(北方定点)風浪観測資料を利用して, 階級3が現われる確率 P_3 を求め, これらと表面水温 θ との実験式 $P_3 = 0.52 - 0.011\theta$ を得, これを説明するため Foaming Factor (略して FF) $h_0\tau$ なる物理量を導入し(τ は半減期), この値の大きさを泡沫生成の尺度と仮定し, 室内実験の結果を用いて, これを計算し, P_3 と比較した結果, 両者は θ が約 $2 \sim 25^\circ\text{C}$ の範囲内では傾向がかなりよく一致すること, FF 値は海中で泡の生成の難易の尺度にもなること, 水塊分析への応用も可能なことを明らかにした。

季節風が卓越してくると, 東北日本海岸では, 所によって安定泡沫が多量に生成され数時間も堆積する。これらは風により飛散飛翔され, 付近に設けてある送配電あるいは電気通信施設などに捕捉され, 状況によっては電流の漏洩が始まり, 災害に発展する(ほかに錆害, 植生の枯死等も起こる)。台風や強風時には太平洋岸でも所によっては頻発する。代表地として山形県吹浦を選び観測した結果, 海水中に Plankton, 主に Diatom 種や海藻からの体液(概ね表面活性物質)が僅か溶混入するためである事を確認した。なお, これに関連する泡沫の物性(密度, 粘性, 表面張力, 熱や電気の伝導度等)は現場で計測し, 一方現地の協力者提供の資料を統計的に処理してこの現象の年間消長も得られた。更に現地における海象, 気象状況との関係(例えば, FF 値と泡沫発生度, 低気圧の強度や経路と飛散率等)および特殊泡沫体の物性も判明, 更に詳細に攻究中である。また同博士は比較検討のため米国加州沖 NEL 観測塔で移動型内部波の海面収斂部に発生

する安定泡沫について観測し、安定化の機構が吹浦の場合と同様である事を確認している。

このたび本委員会では同博士の優れた研究を高く評価し、本賞の授与に相応するとしてここに推薦いたします。

学会受賞候補者推薦委員会

委員長 宇野 寛

主要論文

- 1948: A study on the foaming of sea water. Part 1. J. Marine Res., 7, 67-73. (三宅泰雄と共著)
- 1953: 海水の泡沫性の研究(その5), 海水及び無機電解質水溶液の泡沫性について. 中央気象台海洋報告, 3(1~2), 41-46.
- 1953: 同上(その6), 海水泡沫層の崩壊機構について. 同報告, 3(1~2), 47-53.
- 1953: 同上(その7), 同上(その2), 日本海洋学会誌, 9(2), 85-93.
- 1954: 同上(その8), 同上(その3), 同誌, 10(1), 15-21.
- 1954: 同上(その9), 海水泡沫層内における泡粒の頻度分布について. 中央気象台海洋報告, 3(4), 243-249.
- 1954: A study on the foaming of sea water.—On the mechanism of the decay of foam layer of sea water.—. Rec. Oceanog. Works Japan, 1(2), New Ser., 18-24.
- 1954: A study on the foaming of sea water. Associ. D'Ocean. Physique (IUGG), Gen. Ass. Rome, Rep. & Abst., 122-123, H20.
- 1955: A study on the foaming of sea water.—On the mechanism of the decay of bubbles and their size distribution in foam layer of sea water.—. Pap. Met. Geophys., 5(3-4), 240-247.
- 1955: A study on the foaming of sea water.—On the mechanism of the decay of bubbles and their size distribution in foam layer of sea water.—. Rec. Oceanog. Works Japan, 2(1), New Ser., 1-6.
- 1955: A study on the foaming of sea water.—A tentative analysis of wind wave data view of the foaming of sea water. Pap. Met. Geophys., 6, 164-171.
- 1956: 海水の泡沫性の研究(その11), 海水泡沫性の観点からなされた風浪観測資料の解析. 日本気象学会誌, 34(3), 169-175.
- 1956: 同上(その12), 同上(2). 日本海洋学会誌, 12(2), 39-44.
- 1956: A study on the foaming of sea water.—A tentative analysis of wind wave data in view of the foaming of sea water (2)—. Pap. Met. Geophys., 7, 136-143.
- 1957: 海水泡沫性に関する研究補遺その(2), 海水泡沫の膜の平均の厚さについて. 海と空, 33, 97-101.
- 1957: A supplementary note on the foaming of sea water. Rec. Oceanog. Works Japan, 4(1), New Ser., 1-6.
- 1958: Standing oscillation of bay water induced by currents. Geophys. Mag., 28(3), 375-397. (中野猿人と共著)
- 1959: 内海における whitecap について. 海と空, 35, 1-6.
- 1962: 海水泡沫と災害. 科学(岩波), 32, 586-593.
- 1962: On the stable foam formation of sea water in seas (preliminary rep.). J. Oceanog. Soc. Japan, 20th Ann. Vol., 242-250.
- 1963: 海水泡沫による災害の防止に関する基礎的研究. 日本海洋学会誌, 18(4), 185-192. (小野光昭, 岸野元彰と共著)
- 1963: *In situ* formation of stable foam in sea water to cause salty wind damage. Pap. Met. Geophys., 14(2), 93-108.
- 1964: 現場海水の安定泡沫について—海水安定泡沫の電気伝導度—. Studies on Oceanography (日高孝次教授還暦記念海洋学論文集), 254-259.
- 1965: *In situ* formation of stable foam in sea water to cause salty wind damage (2).—Wind transport of stable foam masses—. Pap. Met. Geophys., 16(2), 77-83. (渡辺明と共著)
- 1965: Foaming properties, Ocean. Res. Tower, its dev. and util. (ed., E. C. LAFOND), U.S. NEL Rep. 1342, 74.
- 1968: 沿岸における安定海水泡沫の生成と飛散. うみ, 6(3), 208-216. (福地直樹と共著)
- 1969: An energy consideration on the formation of foam in sea water. La mer, 7(4), 262-268. (福地直樹と共著)
- 1971: *In situ* formation of the stable sea foam and its transport. Proc. IEEE Eng. Ocean Environ. Conf. (San Diego), 171-174. (福地直樹と共著)

- 1972: 沿岸用海洋測器の試作 (I)—動揺計—。うみ, **10**(4), 156-161. (福田直弘と共著)
- 1972: 同上 (II)—Foaming Factor 測定のための新型 Shaker—。同誌, **10**(4), 162-167. (矢内秋生と共著)
- 1972: A geophysical consideration of the water in the Ushigomebori moat.—On the seiche of the moat—. The 2nd Int. Ocean Devel. Conf., Tokyo, 270-281. (森谷誠生と共著)
- 1973: 定常波による砂漣生成と砂粒子の移動限界について。うみ, **11**(4), 189-195. (新井正一と共著)
- 1973: A geophysical consideration of the water in the Ushigomebori moat.—On the seiche motion of the moat (II). La mer, **11**(4), 196-204. (森谷誠生と共著)
- 1974: 洋上下層大気中における海塩微粒子の挙動について。一流跡線解析—。天気, **21**, 89-96. (阿部豊雄と共著)
- 1974: 防風林による海塩微粒子の捕捉について。天気, **21**, 97-102. (栗原孝行, 末永昌久と共著)
- 1975: Natural stable sea foam and its meteorological significances. (Abstract), Int. Ass. Phys. Sci. Ocean (Melborne). Full report, La mer, **12**(2), 79-85. (福地直樹と共著)
- 1975: 海水の科学, 日本の科学と技術, 海洋, 17-23, 日本科学技術振興財団。
- 1975: 海水の科学. NHK ブックス, pp. 210.
- 1975: The study on the foaming mechanism of the stable sea foam at the seashore. The 3rd Int. Ocean Devel. Conf. (Japan), Proc. 5, E-1005, 1-10. (矢内秋生と共著)

お 知 ら せ

フランス国際海洋科学季刊誌の創刊
Fondation de l'Océanologica Acta

1978年1月にフランスの国際海洋科学季刊誌 *Océanologica Acta*, revue européenne d'océanologie が創刊されます。発行所はパリの Gauthiervillars です。

編集母体は CNRS, ORSTOM, IFP, CNEXO, BNIST の 5 組織, どれも強力なフランスの国家機関で, これらが編集理事会を構成します。編集長は CNEXO のギ・ド・サンモール氏です。理事会は国際的な編集顧問会を設けています。顧問は国内20名, 国外17名, 専門別では海洋生物学14名, 地学10名, 計測学1名, 海洋物理学12名, 計37名で, 日本から1名, 佐々木会長が指名されました。

この雑誌は, 1) 海洋学全分野の, 外洋から河口汽水域まで海の全域に関する英, 仏, 独文の成果を掲載します; 2) 報文は原著論文, 確報, 総説とし, 他誌に重複発表されないものに限られます; 3) 受理の可否は, 国際的な校閲を経て, 科学的価値だけで決定されます; 4) 原稿の内容は海洋学の単一の分野に偏らないものであることが望まれます; 5) しいて基礎報文と応用報文とを区別しませんが, 単なる応用ないし記載だけを内容としたものは受理しにくい; 6) 現象の数理的側面が要領よ

くまとまっていた, 総括や意味づけに努力のあるものが望ましいとのことです。

投稿規定については, ここで詳述はさけますが, ページ制限がゆるやかなこと (ふつうのタイプ原稿で, 原則として挿図とも 35 枚), 別刷50部が著者に無料であることなどは特記しておいてよいでしょう。

編集長はすぐれた報文の日本からの投稿を歓迎しています。投稿の希望は, 作成予定の, あるいはとりまとめ中の報文の表題, 内容要旨, 投稿予定期日などを明記の上, 佐々木顧問を通じて編集長宛申し出られるようお勧めします。

この件についての照会先は佐々木顧問または編集長の下記, です。

Mr Guy de Saint Maur
Chief Editor, *Oceanologica Acta*
39, Avenue d'éna, 75116 Paris.

当学会誌うみの姉妹誌ともいうべき *Oceanologica Acta* への積極的な協力が望まれます。

(高木和徳・記)

日仏海洋学会役員

顧問	ユベール・ブロッシェ ジャン・デルサルト ジャック・ロベール アレクシス・ドランデ ール ベルナル・フランク
名誉会長	ミシェル・ルサージェ
会長	佐々木忠義
常任幹事	永田 正, 大柴五八郎
幹事	阿部友三郎, 有賀祐勝, 石野 誠, 井上 実, 今村 豊, 岩下光男, 宇野 寛, 川原田 裕, 神田献二, 菊地真一, 草下孝也, 斎藤泰一, 佐々木幸康, 杉浦吉雄, 高木和徳, 高野健三, 辻田時美, 奈須敬二, 根本敬久, 半沢正男, 松生 洽, 丸茂隆三, 森田良美, 山中鷹之助 (五十音順)
監事	久保田 穰, 岩崎秀人
評議員	赤松秀雄, 秋山 勉, 阿部宗明, 阿部友三郎, 新崎盛敏, 有賀祐勝, 石野 誠, 石渡直典, 市村俊英, 井上直一, 井上 実, 今村 豊, 入江春彦, 岩崎秀人, 岩下光男, 岩田憲幸, 宇田道隆, 宇野 寛, 大内正夫, 大柴五八郎, 大村秀雄, 岡部史郎, 梶浦欣二郎, 金谷太郎, 川合英夫, 川上太左英, 川村輝良, 川原田 裕, 神田献二, 菊地真一, 草下孝也, 楠 宏,

國司秀明, 久保田 穰, 黒木敏郎, 小泉政美,
小林 博, 小牧勇蔵, 西条八束, 斎藤泰一,
斎藤行正, 佐伯和昭, 坂本市太郎, 佐々木忠義,
佐々木幸康, 猿橋勝子, 椎野秀雄, 柴田恵司,
下村敏正, 庄司大太郎, 杉浦吉雄, 関 文威,
多賀信夫, 高木和徳, 高野健三, 高橋淳雄,
高橋 正, 田畑忠司, 田村 保, 千葉卓夫,
辻田時美, 寺本俊彦, 冨永政英, 鳥居鉄也,
中井甚二郎, 中野猿人, 永田 正, 永田 豊,
奈須敬二, 奈須紀幸, 新田忠雄, 根本敬久,
野村 正, 花岡 資, 半沢正男, 半谷高久,
菱田耕造, 日比谷 京, 平野敏行, 深沢文雄,
福島久雄, 淵 秀隆, 星野通平, 増沢譲太郎,
増田辰良, 松井 魁, 松生 洽, 松崎卓一,
松平康男, 丸茂隆三, 三浦昭雄, 三宅泰雄,
宮崎千博, 宮崎正衛, 元田 茂, 森川吉郎,
森田良美, 森安茂雄, 安井 正, 柳川三郎,
矢部 博, 山路 勇, 山中鷹之助, 山中一郎,
山中 一, 吉田耕造, 依田啓二, 渡辺貫太郎,
渡辺精一
(五十音順)
マルセル・ジュグラリス, ジャン・アングテ
イル, ロジェ・ペリカ

賛 助 会 員

旭化成工業株式会社
株式会社内田老鶴園新社 内田悟
大金 久 展
株式会社 オーシャン・エージ社
株式会社 大林組
小樽船用電機株式会社
株式会社 オルガノ
海上電機株式会社
株式会社 海洋開発センター
協同低温工業株式会社
協和商工株式会社
小松川化工機株式会社
小山 康 三
三信船舶電具株式会社
三洋水路測量株式会社
シュナイダー財団極東駐在事務所
昭和電装株式会社
新日本気象海洋株式会社

東京都千代田区有楽町 1-1-2 三井ビル
東京都千代田区九段北 1-2-1 蜂谷ビル
東京都港区新橋 3-1-10 丸藤ビル 社団法人 海洋産業研究会
東京都千代田区神田美土代町 11-2 第1東英ビル
東京都千代田区神田司町 2-3
小樽市色内町 3-4-3
東京都文京区本郷 5-5-16
東京都千代田区神田錦町 1-19
東京都港区赤坂 1-9-1
東京都千代田区神田佐久間町 1-21 山伝ビル
東京都豊島区目白 4-24-1
東京都江戸川区松島 1-342
東京都文京区本駒込 6-15-10 英和印刷社
東京都千代田区神田 1-16-8
東京都港区新橋 5-23-7 三栄ビル
東京都港区南青山 2-2-8 DFビル
高松市寺井町 1079
東京都渋谷区東 1-19-3 青山ビル

大洋電機株式会社	東京都千代田区神田錦町 3-16
株式会社高瀬鉄工所	東京都江戸川区松江 1-11-5
株式会社鶴見精機	横浜市鶴見区鶴見町 1506
東亜建設工業株式会社	東京都千代田区四番町 5
東京工材株式会社	東京都中央区築地 4-7-1 築三ビル
株式会社東京久栄	東京都中央区日本橋 3-1-15 久栄ビル
東京製網繊維ロープ株式会社	東京都中央区日本橋室町 2-6 江戸ビル
株式会社東邦電探	東京都杉並区宮前 1-8-9
中川防蝕工業株式会社	東京都千代田区神田鍛冶町 2-2-2 東京建物ビル
株式会社ナック	東京都港区西麻布 1-2-7 第17興和ビル
日本アクアラング株式会社	東京都杉並区方南町 2-4-7 第2細野ビル
日本海洋産業株式会社	東京都新宿区西新宿 2-6-1 新宿住友ビル
日本テトラポッド株式会社	東京都港区新橋 2-1-13 新橋富士ビル9階
社団法人日本能率協会	東京都港区芝公園 3-1-22 協立ビル
日本プレスコンクリート株式会社	東京都中央区日本橋本石町 1-4
ヒエン電工株式会社	堺市松屋町 1-3
深田多満男	東京都港区芝虎ノ門 8 虎ノ門実業会館 深田サルベージ株式会社
藤田 潔	東京都新宿区四谷 3-9 光明堂ビル 株式会社ビデオプロモーション
藤田 峯 雄	東京都江東区南砂 1-3-25 株式会社 中村鉄工所
芙蓉海洋開発株式会社	東京都千代田区大手町 2-3-6 タイムライフビル
フランス物産株式会社	東京都千代田区神田小川町 3-20-2 増淵ビル
古野電気株式会社	東京都中央区八重洲 4-5 藤和ビル
丸文株式会社	東京都中央区日本橋大伝馬町 2-1-1
三井海洋開発株式会社	東京都千代田区霞ヶ関 3-2-5 霞ヶ関ビル 3002号室
吉野計器製作所	東京都北区西ヶ原 1-14
株式会社離合社	東京都千代田区神田鍛冶町 1-10-4
株式会社渡部計器製作所	東京都文京区向丘 1-7-17

うみ(日仏海洋学会誌)

第14巻(1976年)

総目次

第1号

原著

線型解としてみたエッジ波……………中村 重久	1~6
G.E.K. コード曳航中の水抵抗—I	
……………佐藤 孫七	7~10
底魚漁場形成機構に関する研究 3.	
東部ベーリング海底棲魚の	
Recurrent Group 解析につ	
いて(英文)……………木原 興平	11~22
マダイの卵発生に及ぼす温度—	
塩分濃度の組み合わせの影響	
(英文)……………Joannes S. APOSTOLOPOULOS	23~30

総説

漁法学(II)……………今村 豊	31~46
学会記事……………	47~50

第2号

原著

定置網漁場と魚群分布—I	
魚群探知機による魚群探索……………井上 喜洋	51~57
スサビノリの緑色突然変異体の培養実験	
……………高原隆明, 三浦昭雄, 有賀祐勝	58~63
熱汚染が海洋大循環に及ぼす影響についての	
数値実験(英文)……………高野 健三	64~69
海の泡の挙動と泡沫係数について	
……………阿部友三郎	70~74
6千5百万年前の世界の海の傾圧大循環	
(英文)……………高野 健三	75~84

総説

漁法学(III)……………今村 豊	85~95
-------------------	-------

La mer (Bulletin de la
Société franco-japonaise
d'océanographie)

Tome 14 (1976)

Sommaire

Numéro 1

Notes originales

Edge Waves as Linear Solutions (in Japanese)……………Shigehisa NAKAMURA	1~6
Water Resistance of G.E.K. Cord during Towing (in Japanese)……………Magoshichi SATO	7~10
Studies on the Formation of Demersal Fishing Ground 3. Recurrent Group Analysis of Demersal Fish in the Eastern Bering Sea……………Kohei KIHARA	11~22
Combined Effect of Temperature and Salinity of the Hatching Rate, Hatching Time and Total Body Length of the Newly Hatched Larvae of the Japanese Red Sea Bream <i>Pagrus Major</i> ……………	
…………… Joannes S. APOSTOLOPOULOS	23~30

Compte rendu

Fishing Methodology (II) (in Japanese) …………… Yutaka IMAMURA	31~46
--	-------

Procès-Verbaux……………	47~50
---------------------	-------

Numéro 2

Notes originales

The Fishing Ground of Set Nets and the Distribution of Fish School—I Research on Fish School by Fish Finder (in Japanese)……………Yoshihiro INOUE	51~57
<i>In Vitro</i> Studies on the Green Type Mutant of <i>Porphyra yezoensis</i> UEDA (in Japanese) …………… Takaaki KOBARA, Akio MIURA and Yusho ARUGA	58~63
A Numerical Study on the Effect of a Thermal Pollution on the General Circu- lation in an Ocean……………Kenzo TAKANO	64~69
On the Behavior of Sea Foam and Physical Meaning of the Foaming Factor (in Japanese)……………Tomosaburo ABE	70~74
A Possible Baroclinic World Ocean Circu- lation of 65 Million Years B.P.……………	
…………… Kenzo TAKANO	75~84

Compte rendu

Fishing Methodology (III) (in Japanese) …………… Yutaka IMAMURA	85~95
---	-------

「ARGOS 観測衛星システム」について 96
 学会記事 97~98

第 3・4 号

原 著

回転する球状地球上で表面における風の応
 力と海水密度の分布とに平衡する海面の
 球状の決定 (英文)日高 孝次 101~124

日本近海の海流の仕事率 (仏文)
高野健三・松山佐和 125~132

網糸の粘弾性に関する研究.....谷田 一衛 133~138

外力の作用による線型エッジ波
中村 重久 139~143

係留系の設置回収時の沈降・浮上速度(英文)
平 啓介, 今脇資郎, 寺本俊彦 144~146

広湾における海底近くの懸濁物質の時間変化
 (英文).....川名吉一郎, 谷本照巳 147~152

飛砂について.....新井正一, 阿部友三郎 153~158

資 料

観測船以外の船による海洋表層の連続観測
J.R. Donguy C. Henin 159~160

日仏海洋学会賞受賞記念講演
 安定海水泡沫に関する一連の研究
阿部友三郎 161~162

学会記事 163

総目次 (第14巻)

《ARGOS》, système franco-américain
 (in Japanese)..... 96
Procès-Vervaux 97~98

Numéros 3-4

Notes originales

An Attempt to Determine the Surface
 Contours of the Oceans on a Rotating
 GlobeKoji HIDAHA 101~124

Puissance des courants marins aux en-
 vironns du Japon.....Kenzo TAKANO
 M^{me} Sawa MATSUYAMA 125~132

Studies on the Rheology of Netting Twine
 1. Behaviour of Twine under Static
 Loading (in Japanese).....Kazuo TANIDA 133~138

A Linear Edge Wave Excited by an Ex-
 ternal Action (en japonais)
 Shigehisa NAKAMURA 139~143

Falling Speed of an Instrument Array in
 Launching Process for Mooring
 Keisuke TAIRA, Shiro IMAWAKI
 and Toshihiko TERAMOTO 144~146

Temporal Variation of Suspended Matter
 near the Sea Bottom in Hiro Bay
 Kichiichiro KAWANA and
 Terumi TANIMOTO 147~152

Sand Transport by Wind (1) On the Vertical
 Profile of Concentration of Suspended
 Sand Grains (in Japanese)
 Masakazu ARAI and
 Tomosaburo ABE 153~158

Documentation

La surveillance continue des conditions de
 l'océan par des navires nor specialises
 (en japonais)
 J.R. Donguy et C HENIN 159~160

Conférence commémorative

Recherche sur les bulles stables d'eau mer
 (en japonais)Tomosaburo ABE 161~162

Procès-Vervaux

Sommaire do Tome 14

Exploiting the Ocean by...

T.S.K. OCEANOGRAPHIC INSTRUMENTS

REPRESENTATIVE GROUPS OF INSTRUMENTS AND SYSTEMS

回転体のない電磁方式

T.S-ソリッドステート流向流速計(MTCM-6)

用途 定置観測

性能 流速 0 ~ 3 m/sec

流向 0 ~ 360°

(塩分、水温、深度はオプション)

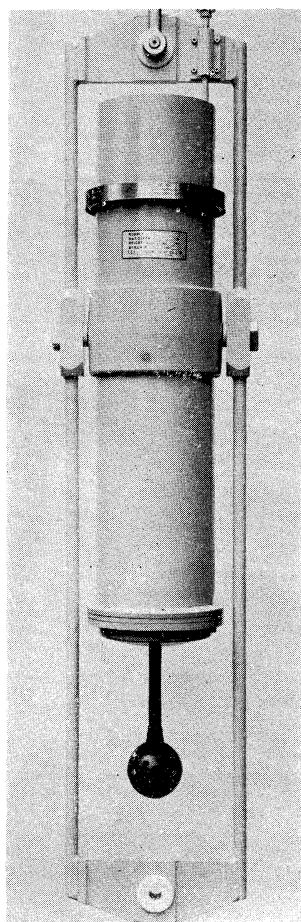
記録間隔 1分、5分、10分、20分、1時間

記録期間 3日、15日、1ヶ月、2ヶ月、6ヶ月

最高使用深度 300m、1000m、5000m

寸法 800×150^{mm}φ

重量 17kg (空中)



株式会社 鶴 見 精 機

1506 Tsurumi-cho Tsurumi-ku, Yokohama, Japan 〒230

CABLE ADDRESS

TELEPHONE

TSK. USA.

TSURUMISEIKI Yokohama

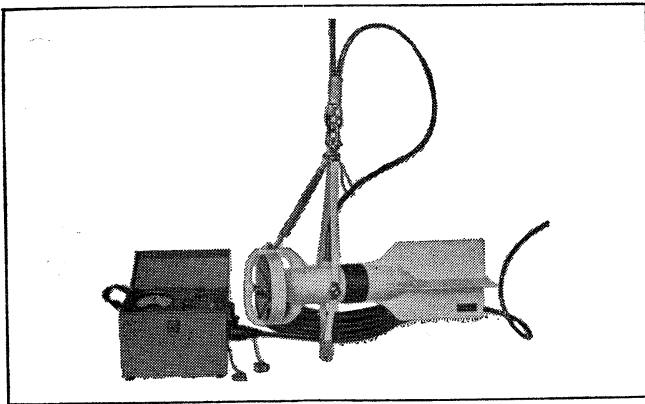
Yokohama 521-5252~5

3540 AERO COURT

テレックス 3823750 TSKJPN J

SAN DIEGO, CA, 92123

IWAMIYA INSTRUMENTATION LABORATORY



Direct-Reading Current &
Direction Meter

Model

CM-2

Catalogues are to be sent immediately upon receipt of your order products

Products

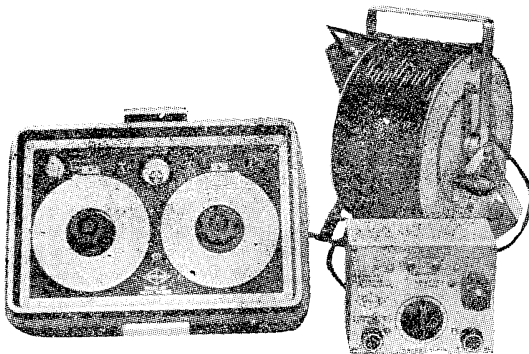
- KM-2 : Direct Reading Knot-Meter for Trawl-Boats to Control Adequate Speed
- ET-5 : Electric Meter of Water Temperature
- ECT-5 : Electric Conduction and Temperature Meter for Chlorine

TOHO DENTAN CO., LTD.

Office: 1-8-9, Miyamae, Suginami-Ku, Tokyo. Tel. Tokyo (03) 334-3451~3

AUTO-LAB PORTABLE S-T BRIDGE

Model 602



オート・ラブ誘導起電式精密塩分計に引続いて、開発された温度と塩分の現場測定用の可搬型海洋測器です。温度、塩分ともダイヤルで直読出来、簡便で堅牢しかも高精度なソリッドスタートのユニット結合構造の最新鋭計器です。

- 温度 : 0~35°C 1/2 確度 ±0.1°C
- 塩分 : Scale 1. 0~32‰S 確度 ±0.1‰S
Scale 2. 32~42‰S 確度 ±0.03‰S
- 電源 : 電池 9V, 200時間使用可能

追加附属品

- ステンレス製ケーブルリール
- 半自動式電極プラチナイザー

製造品目

転倒温度計各種
電気式水温計各種
採水器・海洋観測機器
気象用・理化学用温度計
サーモレンジャー
ミグスター 温度調節器

日本およびアジア総代理店



株式会社 渡部計器製作所

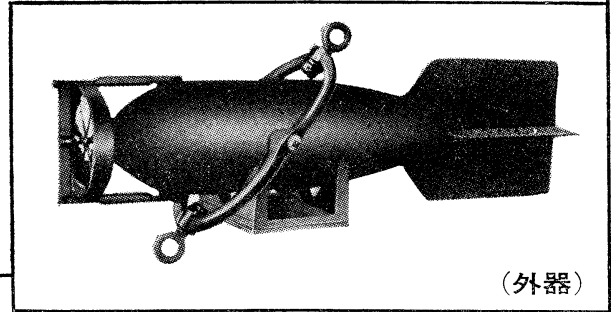
東京都文京区向丘1の7の17
TEL (811) 0044 (代表) ☎ 113

(カタログ御希望の方は誌名御記入の上御請求下さい)

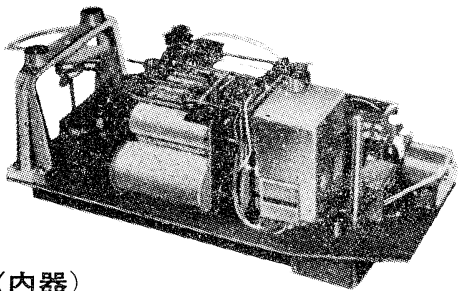
長期捲自記流速計

(NC-II)

本流速計は海中に設置し、内蔵した記録器に流速流向を同時に記録するプロペラ型の流速計で約20日間の記録を取る事が出来ます。但し流速は20分毎に3分間の平均流速を又流向は20分毎に一回、共に棒グラフ状に記録しますから読取が非常に簡単なのが特徴となっております。



(外器)



(内器)

プロペラはA, B, C三枚一組になって居り

A(弱流用).....1m/sec

B(中流用).....2m/sec

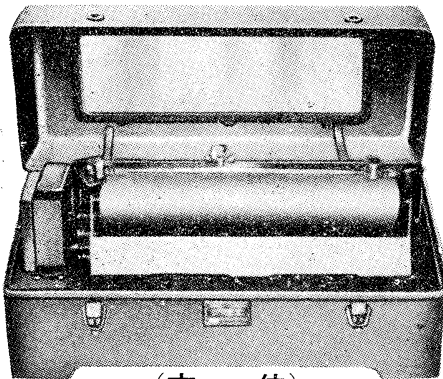
C(強流用).....3m/sec

迄で一枚毎に検定してあります。

弱流ペラーに依る最低速度は約4cm/secです。

フース型長期捲自記検潮器

(LFT-III)



(本体)

営業品目

階段抵抗式波高計
ケーブル式波高計
フース型検潮器
小野式自記流速計
自記水位計
港施型土圧計
理研式水中カメラ
その他海洋観測諸計器

協和商工株式会社

東京都豊島区目白4丁目24番地1号
TEL (952) 1376代表 〒171

Murayama

計 濁 度 中 水
計 照 度 中 水
計 導 度 電



所 作 機 電 山 村 有 限 公 司

本 社 東 京 都 目 黒 区 五 本 木 2-13-1

出 張 所 名 古 屋 ・ 大 阪 ・ 北 九 州

7IL は無限の可能性に挑戦する

- ◆ 漁撈電子機器
- ◆ 航海計器
- ◆ 海洋開発機器
- ◆ 航空機用電子機器
- ◆ 各種制御機器
- ◆ コンピュータ端末機器
- ◆ 各種情報システム



本社 / 西宮市芦原町9-52 ☎0798 (65) 2111 (大代) 支社 / 東京都中央区八重洲4-5 藤和ビル ☎03 (272) 8491 (代) ほか37ヶ所

最高の品質 信頼のブランド aqua-lung®



France.



Italy.



Australia.



U.S.A.



日本アクアラング株式会社

本社・東京支社：東京都杉並区方南町2-4-7（第2細野ビル）〒168 TEL.(03)313-8441

本社・神戸支社：神戸市兵庫区浜中町2丁目18-6 〒652 TEL.(078)681-3201(代)

九州支社：福岡市中央区港3丁目7-5 〒810 TEL.(092)741-8907-751-0715

横浜営業所：横浜市中区野毛町3-129 〒232 TEL.(045)231-3021

名古屋営業所：名古屋市東区富士塚町3-14 〒461 TEL.(052)951-5016(代)

大阪営業所：大阪市西区九条通1丁目5-3 〒550 TEL.(06)582-5604(代)

四国出張所：高松市福岡町4丁目36-9(高松帝酸内) 〒760 TEL.(0878)51-8853

アクアラングは日本においては当社が専用使用権を有している国際的商標です。

商標登録「aqua-lung」登録番号 第494877号 商標登録「アクアラング」登録番号 第494878号

メルタック

熱溶融型接着剤ですから、溶剤や水を含まないで乾燥の必要がなく、瞬間的に接着します。

ポリエチレン、アルミ箔等にも良く接着します。

ポリロック

含浸、注型、充填用として使用される接着性と作業性の良好なシーリング材です。

ポリワックス

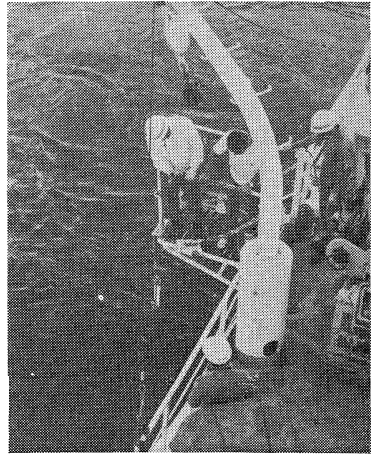
ワックスを主成分とし、各種ポリマーをブレンドした防湿、密封用のシーリングワックスです。

東京工材株式会社

東京都中央区築地 4-7-1 TEL (542) 3361 (代)

海洋環境調査 海底地形地質調査

- 水質調査・プランクトン底棲生物調査・潮汐・海潮流・水温・拡散・波浪等の調査(解析・予報)
- 環境アセスメント・シミュレーション
- 海底地形・地質・地層・構造の調査・水深調査・海図補正測量



外洋における海洋調査



三洋水路測量株式会社

本社 東京都港区新橋5-23-7(三栄ビル) ☎03(432)2971-5
 大阪支店 大阪市都島区中野町3-6-2(谷長ビル) ☎06(353)0858-7020
 門司出張所 北九州市門司区港町3-32(大分銀行ビル) ☎093(321)8824
 仙台出張所 仙台市一番町2-8-15(太陽生命仙台ビル) ☎0222(27)9355
 札幌出張所 札幌市中央区大通東2-8-5(プレゼント札幌) ☎011(251)3747

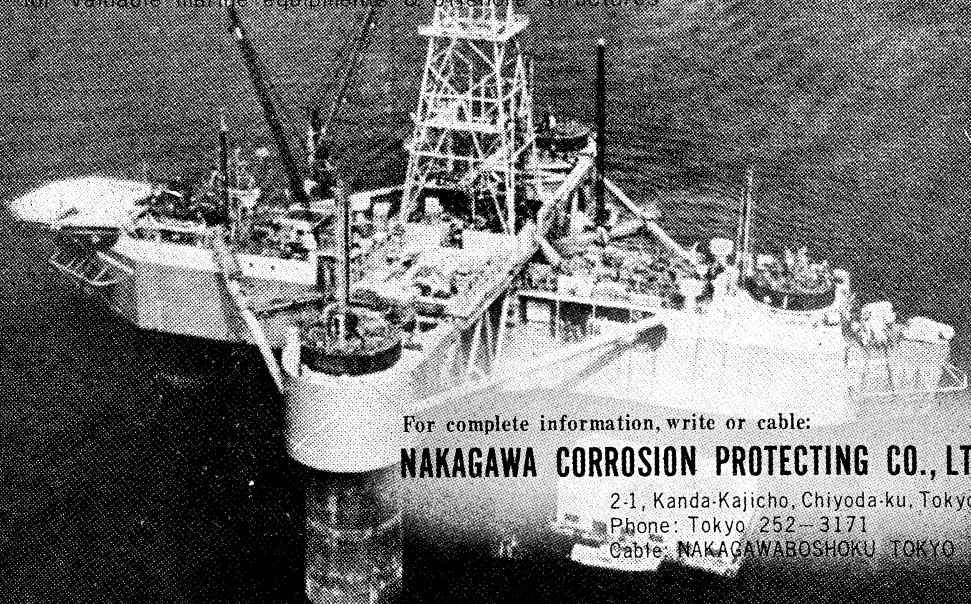
総代理店



三井物産株式会社

SAVE YOUR MONEY

thru **NAKAGAWA's** Cathodic Protection
& **ZAPCOAT** (inorganic zinc rich paint)
for valuable marine equipments & offshore structures



For complete information, write or cable:

NAKAGAWA CORROSION PROTECTING CO., LTD.

2-1, Kanda-Kajicho, Chiyoda-ku, Tokyo

Phone: Tokyo 252-3171

Cable: NAKAGAWABOSHOKU TOKYO

昭和 51 年 11 月 25 日 印刷
昭和 51 年 11 月 30 日 発行

う み

第 14 卷
第 3-4 号

定価 ¥ 950

編集者 今 村 豊
発行者 佐 ☆ 木 忠 義
発行所 日 仏 海 洋 学 会
財団法人 日仏会館内
東京都千代田区神田駿河台2-3
郵便番号:101
電話:03(291)1141
振替番号:東京96503

印刷者 小 山 康 三
印刷所 英 和 印 刷 社
東京都文京区本駒込 6-15-10
郵便番号:113
電話:03(941)6500

第 14 卷 第 3 4 号

目 次

原 著

回転する球状地球上で表面における風の応力と 海水密度の分布とに平衡する海面の球状の決定 (英文)	日高 孝次	101
日本近海の流れの仕事率 (仏文)	高野健三, 松山佐和	125
網糸の粘弾性に関する研究	谷田 一衛	133
外力の作用による線型エッジ波	中村 重久	139
係留系の設置回収時の沈降・浮上速度 (英文)	平 啓介, 今脇資郎, 寺本俊彦	144
広湾における海底近くの懸濁物質の時間変化 (英文)	川名吉一郎, 谷本照巳	147
飛砂について	新井正一, 阿部友三郎	153

資 料

観測船以外の船による海洋表層の連続観測	J.R. Donguy C. Henin	159
日仏海洋学会賞受賞記念講演 安定海水泡沫に関する一連の研究	阿部友三郎	161
学会記事		163
総目次 (第 14 卷)		

Tome 14 N^{os} 3-4

SOMMAIRE

Notes originales

An Attempt to Determine the Surface Contours of the Oceans on a Rotating Globe	Koji HIDAKA	101
Puissance des courants marins aux environs du Japon	Kenzo TAKANO et M ^{me} Sawa MATSUYAMA	125
Studies on the Rheology of Netting Twine 1. Behaviour of Twine under Static Loading (in Japanese)	Kazue TANIDA	133
A Linear Edge Wave Excited by an External Action (in Japanese)	Shigehisa NAKAMURA	139
Falling Speed of an Instrument Array in Launching Process for Mooring	Keisuke TAIRA, Shiro IMAWAKI and Toshihiko TERAMOTO	144
Temporal Variation of Suspended Matter near the Sea Bottom in Hiro Bay	Kichiichiro KAWANA and Terumi TANIMOTO	147
Sand Transport by Wind (1) On the Vertical Profile of Concentration of Suspended Sand Grains (in Japanese)	Masakazu ARAI and Tomosaburo ABE	153

Documentation

La surveillance continue des conditions de surface de l'ocean par des navires nor specialises (en japonais)	J.R. Donguy et C. HENIN	159
--	-------------------------	-----

Conférence commémorative

Recherche sur les bulles stables d'eau mer (en japonais)	Tomosaburo ABE	161
--	----------------	-----

Procès-Verbaux		163
----------------------	--	-----

Sommaire du Tome 14